

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ДЕРЖАВНИЙ ЗАКЛАД
«ЛУГАНСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ТАРАСА
ШЕВЧЕНКА»

Навчально –науковий інститут математики та інформаційних технологій

Кафедра математики та інформатики

Сівець Олена Миколаївна

**ЕВРИСТИЧНІ ТЕХНОЛОГІЇ НАВЧАННЯ
МАТЕМАТИКИ В ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ.**

кваліфікаційна робота

здобувача вищої освіти другого (магістерського) рівня

освітньої програми «Математика»

за спеціальністю 014 «Середня освіта (математика)»

Особистий підпис – _____ Олена СІВЕЦЬ

Науковий керівник – _____ Валерій ХМЕЛЬ
(підпис) Кандидат педагогічних наук
доцент кафедри математики
та інформатики

Завідувач кафедри – _____ Юрій КОЗУБ
(підпис) доктор технічних наук, професор
кафедри математики
та інформатики

Полтава – 2024

ЗМІСТ

ВСТУП	3
РОЗДІЛ 1	НАУКОВО - ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ЩОДО ЗАСТОСУВАННЯ ЕВРИСТИЧНИХ ТЕХНОЛОГІЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ У ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ.....	6
	1.1 Аналіз науково – педагогічної літератури щодо проблеми дослідження.....	6
	1.2 Сутність евристичної діяльності на уроках математики в профільних класах.....	17
	1.3 Евристичне навчання у контексті навчання геометрії, як засіб підвищення рівня навчальних досягнень учнів 9 – 10 класів.....	24
	1.4 Висновки до розділу 1.....	31
РОЗДІЛ 2	МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ РЕАЛІЗАЦІЇ ЕВРИСТИЧНИХ ПРИЙОМІВ НА УРОКАХ ГЕОМЕТРІЇ В ПРОФІЛЬНИХ КЛАСАХ З ВИКОРИСТАННЯМ АКТИВНИХ ФОРМ НАВЧАННЯ.....	33
	2.1. Методика формування евристичних вмінь на уроках геометрії в профільних класах.....	33
	2.2. Методика використання евристичних прийомів під час вивчення теми «Взаємне розміщення прямих у просторі» в умовах перевернутого навчання.....	43
	2.3. Організація та проведення експериментальних занять з використанням евристичних прийомів в умовах перевернутого навчання.....	51
	2.4. Висновки до розділу 2.....	60
ВИСНОВКИ	61
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	64

ВСТУП

Актуальність обраної теми зумовлено тим, що головним орієнтиром сучасної освіти в Україні є підвищення інтелектуального потенціалу і розвитку творчої особистості підрастаючого покоління. Адже, на сьогоднішній день українському суспільству потрібні особистості, які б могли орієнтуватися у ході будь яких подій та явищ, давати їм адекватну оцінку та приймати швидкі, правильні рішення у нестандартних ситуаціях.

Аналізуючи науково – педагогічні дослідження даної теми, можна прийти до висновку, що проблема формування мислення і творчих здібностей учнів у процесі навчання математики стоїть на першому місці. Адже, традиційно більше уваги приділяється розвитку логічного мислення, де застосовуються такі операції, як аналіз, синтез, порівняння, класифікація; формуються вміння спостерігати, пояснювати явища, робити чіткий висновок. Тому, одним із головних факторів, який би приніс бажаний результат у вихованні творчих здібностей учнів у загальноосвітніх школах є впровадження евристичної діяльності на уроках математики.

Слід зазначити, що евристичні методи навчання розглядаються нами як ефективні методи при формуванні профільного спрямування у майбутньому, тобто евристичні прийоми можуть сприяти позитивному розв'язанню практичних проблем, які виникли на уроках математики, а значить такі прийоми можуть активно налаштувати учня на правильному, логічному, творчому пошуку розв'язанні задачі. Як правило, такий пошук приносить активний та ефективний досвід у майбутньому при розв'язанні поставлених цілей та задач вже перед дорослою людиною. Отже, використання евристичної діяльності на уроках математики на профільному рівні приводить до інновації, яка є необхідною умовою під час навчального процесу.

Проблема щодо впровадження евристичних технологій навчання у шкільний курс математики досліджувалася і досліджується як українськими т ак і зарубіжними науковцями. Основоположником ідеї евристичного навчання

я у середній школі є Джордж Пойа. У наукових дослідженнях вчений застосує поняття «правдоподібне міркування», де він наполягає, що це і є синонім до слова евристика [18]. Також евристичні технології досліджувалися математиками та методисти такими як: Г.П.Бевз, М.І.Бурда, Ю.М.Колягін, Ю.М.Кулюткін, Л.Ларсон, Т.М.Міракова, В.М.Осинська, Ю.О.Палант, Д.Пойа, Г.І.Саранцев, Є.Є.Семенов, О.І.Скафа, З.І.Слепкань, Н.А.Тарасенкова, Л.М.Фрідман, С.І.Шапіро, П.М.Ерднієв та інші [4; 8; 15; 16; 18; 26; 48].

Метою даного дослідження є теоретичне обґрунтування і розроблення окремих компонентів методичної системи навчання для учнів 9 – 10 класів, які спрямовані на набуття евристичних вмінь.

Завдання дослідження:

- Здійснити аналіз науково – педагогічної літератури щодо обраного дослідження;
- охарактеризувати сутність евристичної діяльності на уроках математики в профільних класах;
- проаналізувати сутність евристичне навчання у контексті навчання геометрії у 9 – 10 класах;
- обґрунтувати теоретичні основи методики використання евристичних технологій на уроках математики у профільній школі;
- експериментально перевірити ефективність впровадження евристичних технологій на уроках геометрії за у 9 – 10 класах з використанням «перевернутого навчання»;

Об’єктом дослідження є процес навчання геометрії в профільних класах.

Предметом дослідження є евристичні технології навчання учнів на уроках геометрії в профільних класах.

Для реалізації поставленої мети дослідження і розв’язанню конкретних завдань були використанні конкретні **методів дослідження**, а саме:

- теоретичні – розбір та аналіз педагогічної, математичної та методичної літератури щодо дослідження, зміст програми та підручники за профільним спрямуванням з геометрії для 9-10 класів;
- емпіричні – дослідження та узагальнення кращого педагогічного досвіду, аналіз уроків, спостереження, бесіди з учителями та здобувачами освіти та проведення власних уроків з використанням евристичного навчання

Наукова новизна отриманих результатів:

- охарактеризовано сутність та проблематику евристичного навчання на уроках математики у профільній школі на прикладі геометрії у 9 – 10 класах;
- обґрунтовано теоретичні основи методики використання евристичних технологій на уроках математики у профільній школі;
- експериментально перевірено ефективність впровадження евристичних технологій на уроках геометрії за темою «Взаємне розміщення прямих у просторі» з використанням активної форми навчання – «перевернуте навчання» .

Практичне значення отриманих результатів. Результати дослідження були впроваджені в практику навчального процесу здобувачів освіти Вищого професійного училища № 94.

Структура і обсяг дослідження. Робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел. Матеріали дослідження викладені на 67 сторінках друкованого тексту. Список використаних літературних джерел включає 50 найменувань.

РОЗДІЛ 1

НАУКОВО - ТЕОРЕТИЧНІ ЗАСАДИ ЩОДО ЗАСТОСУВАННЯ ЕВРИСТИЧНИХ ТЕХНОЛОГІЙ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ У ПРОФІЛЬНІЙ ШКОЛІ

1.1. Аналіз науково - педагогічної літератури щодо проблеми дослідження

На сьогоднішній день головною умовою сучасної шкільної освіти є впровадження ефективних чинників щодо якісного та сприятливого розвитку творчих здібностей учнів, які б у майбутньому мали певні таланти, навички та здібності, які б привели до конкурентоспроможної людини.

Основоположником ідеї евристичного навчання є Джордж Пойа. У своїх працях він [18] використовує поняття «правдоподібне міркування», під яким він розуміє набір евристик. Джордж Пойа виділив два взаємодоповнюючі елементи математичного дослідження - вдалу здогадку та універсальний метод. Він показав, що вирішення будь-якої математичної задачі зосереджено навколо одного ключового моменту - осяяння, яке іноді приходить після довгих безрезультатних роздумів. Водночас можна розробити методичні прийоми, які сприяють відкриттю. Хоча їх використання не гарантує вдалих результатів, воно збільшує ймовірність його досягнення.

Впровадженню евристичної діяльності у навчанні математики на займалися відомі математики та методисти, як Г.П.Бевз, М.І.Бурда, Ю.М.Колягін, Ю.М.Кулюткін, Л.Ларсон, Т.М.Міракова, В.М.Осинська, Ю.О.Палант, Д.Пойа, Г.І.Саранцев, Є.Є.Семенов, О.І.Скафа, З.І.Слепкань, Н.А.Тарасенкова, Л.М.Фрідман, С.І.Шапіро, П.М.Ерднієв та інші. Аналіз праць вищезазначених авторів підтверджує, що в основі евристичного підходу лежить творче мислення, процедура пошуку нового та спроба формалізувати творчу діяльність [4; 8;15; 16; 18; 26; 48].

Розглянемо трактування змісту зазначених понять, зокрема визначення «евристика». Цей термін пов'язаний насамперед із давньогрецьким вченим

Сократом (469–399 рр. до н. е.), вчений створив власну лінію навчання на основі використання певних запитань, які допомагали учням самостійно відкривати істину та пізнавати нове. Цей метод отримав назву «майевтика». Тобто Сократ вважав, що він допомагає іншим людям пізнати істину. Цікавим є приклад, наведений Сократом. Філософ вів діалог з рабом про властивості квадрата, в результаті якого необізнаний раб дійшов висновку, що діагоналі квадрата створюють подвійний квадрат [9]. Це гарний приклад можливостей евристичного навчання.

У сучасній дидактиці вперше чітке визначення евристичного навчання дав А.В. Хуторський. Він розділив поняття «евристика» та «дидактична еристика», визначаючи останню як «теорію навчання, що визначає систему цілей, законів, принципів, змісту, технологій, форм, методів і засобів, що забезпечують само - реалізація та освітній розвиток учителя та учнів у процесі створення ними освітніх продуктів у галузях знань і діяльності, які вони вивчають» [26].

Головною метою евристичного навчання вчений вважає створення учнями освітніх продуктів (матеріальних продуктів діяльності учня у вигляді суджень, текстів, малюнків, творів тощо; розвиток особистісних якостей учня в навчальному процесі). Під час вивчення навчальних предметів; засвоєння учнями основного змісту навчальних предметів на основі порівняння з власними результатами; побудова індивідуальних освітніх траєкторій за кожною з освітніх галузей з урахуванням особистих якостей. Зовнішній освітній продукт забезпечує отримання внутрішнього освітнього продукту – набуття студентом знань, досвіду, використання можливостей та інших якостей особистості. Результатом евристичної підготовки має стати творча самореалізація учня як цілісний процес формування особистості на життєвому шляху [7, 38].

Деякі методисти ототожнюють проблемне навчання з евристичним. Однак вони істотно відрізняються. Метою проблемного навчання є засвоєння учнями поданого навчального матеріалу вчителем, пропонуючи пізнавальні

завдання-проблеми. Метод проблемного навчання побудований таким чином, що учні «підводяться» вчителем до відомого розв'язання чи напряду вирішення поставленого завдання. Евристичний підхід до навчання дозволяє розширити можливості проблемного навчання, оскільки орієнтує вчителя і учня на досягнення заздалегідь невідомого їм результату.

Евристична діяльність не вимагає від учнів попередніх навичок роботи за зразком. Навпаки, цей вид репродуктивної діяльності негативно впливає на можливі прояви креативності, створюючи у дітей стереотипні уявлення про предмет, що вивчається [9, 14].

Принципи евристичного навчання були сформульовані А. В. Хуторським [26].:

1. Принцип постановки особистих цілей учнів: освіта кожного учня базується та враховує їхні індивідуальні освітні цілі. Навчати учнів необхідно, знаючи їхні можливості та здібності, спираючись на дотримання прогресивних психолого-педагогічних методів. Педагогічною вимогою до діяльності вчителя є створення умов для розуміння і застосування цих цілей.
2. Принцип вибору індивідуальної освітньої траєкторії: учень має право свідомо обирати основні складові освіти за погодженням з викладачем.
3. Принцип продуктивності навчання: Основним напрямом навчання є особистісне освітнє зростання учня, що складається із внутрішніх і зовнішніх освітніх продуктів навчальної діяльності.
4. Принципи ситуативного навчання: навчальна програма базується на ситуаціях, що передбачають самовизначення школяра та пошук рішень на досвіді. Вчителі супроводжують учнів під час їхнього навчального шляху.
5. Принцип навчальної рефлексії: навчальний процес передбачає рефлексивне усвідомлення навчальних тем. Експериментальне навчання передбачає здійснення творчої діяльності як учнями, так і

вчителем. При цьому творчу діяльність можна розглядати як «створення чогось якісно нового, чого раніше не було».

Скафа О.І. зазначив, що евристичне навчання це процес пошуку нової, не стандартної діяльності, які приносять позитивний результат під час навчальної діяльності [16]. Існує шість основних типів евристичних прийомів: аналіз через синтез; порівняння; абстрагування; узагальнення та систематизація; класифікація; аналогія.

Аналіз через синтез розглядаються як складові елементи розумової діяльності. Аналіз - це розумова дія, в якій відбувається рух від наслідку до причини; синтез — розумова дія, в якій відбувається рух від причини до породженого цією причиною наслідку [8,34]. Взагалі, як показує практика, прийом аналіз через синтез тісно пов'язані між собою, і навіть досвідченим вчителям іноді важко відокремити їх один від одного під час розбіру завдання. В свій час Рубінштейн обирав важливу форму аналізу: аналіз через синтез. Це розпізнавання нових сторін, якостей і властивостей досліджуваного об'єкта через включення цих об'єктів у систему зв'язків і відносин, за допомогою яких ці нові властивості можуть виникати.

Порівняння — розумова дія, яка встановлює подібність і відмінність між певними предметами та явищами. Вона проявляється у двох формах: протиставлення та зіставлення, які важко розрізнити. Основна відмінність полягає в тому, що контраст спрямований на виділення відмінностей предметів від виділених суттєвих властивостей, а зіставлення – на виділення цих властивостей предметів і явищ [8,41]. Під час логічного мислення порівняння виступає як форма аналізу та синтезу.

Абстрагування - це розумова дія, спрямована на виявлення істотних властивостей для даного дослідження у предметах і об'єктах і уявне відвернення від несуттєвих у них [8,53]

Є.Н. Кабанова-Меллер ввела три типи абстрагування: виділення (виділення одних властивостей і неврахування інших), підкреслення (виключення суттєвих властивостей при сприйнятті інших як фонових),

контрастне (виключення істотних ознак і свідоме сприйняття інших як несуттєвих) [39].

Узагальнення – це розумовий акт виявлення суттєвої спільної властивості, яка належить багатьом об'єктам і об'єднує ці об'єкти разом [8,64]. Під істотними розуміють такі загальні властивості, які неможливо відокремити від певного класу об'єктів.

Систематизація – це прийом розумової діяльності, у процесі якого досліджувані об'єкти організовуються у визначену систему за обраним принципом [8,73].

Продовжуючи ієрархію основних прийомів евристичного мислення, класифікація — це спосіб розумової діяльності віднесення окремих предметів чи явищ до відповідного роду чи класу. Цей прийом ще називають завданням застосування понять і схем класифікації.

У навчальному процесі широко використовується евристичний прийом аналогії – розумова дія, спрямована на отримання нових знань про властивості, ознаки, зв'язки предметів і явищ, що вивчаються, на основі знань про їх часткову подібність з іншими предметами чи явищами.

У шкільній практиці досить часто використовуються такі специфічні евристики, як підведення понять і виведення наслідків. Роз'яснювальна частина «підведення підсумків під поняттям» залежить від способу визначення поняття: родового чи конструктивного. Формуванню цього методу сприяє вдалий вибір учителем питань (завдань) як для колективного, так і для самостійного вирішення. Перевагу слід надавати питанням (завданням) для дослідження, встановлення закономірностей, а також завданням, що потребують не стільки знання теорії, скільки нетрадиційного, оригінального, евристичного мислення. Як частина математичних навичок, отримання наслідків із умови задачі є важливим. Цей прийом отримав назву «дедукція наслідків» і є зворотним до прийому «підведення підсумків за поняттями» [11].

Розглянуті прийоми евристичного мислення широко використовуються під час формування та розвитку креативності учнів. Однак безперервне навчання з використанням евристик не є ефективним. Це пояснюється тим, що це вимагає розвитку в учнів різних психологічних процесів, з якими евристичне навчання не може впоратися.

Крім евристичних методів, зазначених вище, виділяють також такі види евристик: евристичне посилення на правило, евристичний припис, евристична побудова уроку та ін. Будемо вважати, що найбільш ефективними для учнів профільного рівня потрібно використовувати наступні евристичні прийоми:

1. досліджуй по частинам, перебери можливі варіанти;
2. сформулюй еквівалентну проблему;
3. модифікуй (змінюй, перетворюй з появою нових властивостей);
4. обертай дію;
5. міркуй від супротивного;
6. розглянь граничні випадки;
7. створи математичну модель ситуації;
8. введи додаткові елементи;
9. перетвори вимоги задачі.

Обрана нами евристика дає змогу побудувати ефективну систему евристичних завдань, що сприяють процесу управління формуванням евристичної діяльності учнів спеціалізованої школи. Метою цих евристик є створення сприятливих освітніх умов для самоорганізації учнів під час «відкриття» та засвоєння нових знань, умінь і навичок.

Важливість та необхідність використання евристичних прийомів на уроках полягає в:

- посилення самостійної освіти. Учнівська ініціатива дуже сильна.
- позитивна внутрішня мотивація виникає в результаті розв'язання евристичного завдання.

- уміння творчо підходити до вирішення проблем. Використання набутих знань і навичок у нових, незвичайних ситуаціях, що виникають у майбутньому.
- підвищується рівень засвоєння освітніх продуктів.
- організація роботи учнів у групах під час евристичного навчання веде до зміцнення міжособистісних стосунків, розвитку взаємодії в командах.
- Метод евристики допомагає учням виховувати самосвідомість у процесі навчання.
- підвищується самоповага до себе.

Отже, до структури евристичного навчання математики відносять наступні компоненти [4]:

1) Аналіз творчого потенціалу учнів з математики представлений у формі попередньої діагностики через тест на визначення рівня сформованості та розвитку творчих здібностей учнів на відповідних етапах навчання.

2) Система проблемно-пошукових вправ, що сприяють формуванню певних якостей творчої особистості.

3) Методичний аналіз актуалізації проблемних ситуацій на уроках геометрії.

Евристичні технології навчання призначені для гарантованого та ефективного досягнення педагогічних цілей та інтелектуального розвитку учнів. Під час навчального процесу такі прийоми часто називають активними, оскільки їх використання стимулює до високого внутрішнього та зовнішнього рівня активності здобувачів освіти. Евристичні прийоми навчання за принципом А.В. Хуторського, це методи організації творчих, продуктивних процесів мислення, які засвоюються шляхом оволодіння ними новими, більш зручними варіантами дій у нових проблемних ситуаціях. [18]

Евристична діяльність формує в учнів уміння: усвідомлювати і творчо використовувати способи і прийоми результативної пізнавальної роботи,

упорядковувати отриману інформацію і використовувати в евристичному пошуку, пристосовуватися до нових умов діяльності і передбачати результати евристичної діяльності, аналізувати свою інтелектуальну і практичну діяльність, виховувати вміння і методи навчання, приймати зважені рішення на основі евристичних операцій з наступною їх логічною перевіркою. Така діяльність ефективна, коли вмієш оцінювати свої дії, їх раціональність, економність, наполегливо доводити розв'язання проблеми до логічного завершення; при цьому важлива гнучкість мислення, здатність оновлювати та систематизувати інформацію (досвід) у задачі, що розв'язується. Така діяльність передбачається при використанні евристичних правил та операцій, отриманих через аргументовані міркування. Зазначимо, що евристичні закони (правила) — це певні рекомендації щодо вибору можливого варіанту дій в умовах альтернативного пошуку (від легшого до складнішого, від більш знайомого до менш знайомого, від цілого до частини цілого тощо). Операції - це не що інше, як розумові дії (аналіз, синтез, аналогія, узагальнення тощо), що спрямовують діяльність учня на пошук оптимального розв'язання задачі. Обидва вони виступають як інструменти для розв'язання математичних евристичних задач.

Провідна думка щодо змістовних узагальнень В.В. Давидова наголошує на тому, що по перше для результативності логічного ланцюжка спочатку потрібно знати загальну інформацію узагальнених теоретичних положень від провідних фахівців, а потім – фактів, прикладів, емпіричних даних, що підкріплює істинність узагальнень. Таким чином, поглиблюється розуміння предмета, більш плідним стає співвідношення індуктивної та дедуктивної логіки в навчанні [3].

Розповсюдженим евристичним методом є «Мозковий штурм». Такий метод використовується у всіх навчальних предметах та стимулює групову творчу та розумову діяльність. Метод застосування:

- під час навчально – пошукової роботи виробляється загальне, проблемне питання, яке розв’язується виключно за допомогою евристичної діяльності;
- увесь урок розділено на дві частини, які залежать від академічного часу: представлення теоретичної частини та практичної діяльності аналіз-оцінка;
- у першій частині уроку не потрібно критикувати будь-які ідеї та пропозиції учнів (це стосується міміки, жестів тощо.) Це усуває в учнів страх критики за їхні слова – не заважає думати й творчо розвиватися;
- група учнів «штурму» та «генераторів ідей» протягом певного навчального часу передбачає максимальну кількість припущень і будь-яких тверджень навіть неспроможних, парадоксальних доказів, які не потрібно заперечувати, всі ідеї записуються. Важливо, щоб учасники були психологічно розкуті та почувалися вільно;
- у другій частині всі учасники, а потім обрана «група експертів» проводить всебічне обговорення кожного припущення та виносить судження щодо її реального існування (оцінку ставить кожен із п’яти-десяти «експертів» – за шкалою оцінок і отриманим середнім балом) коригує нереальні та легковажні варіанти.
- якщо завдання, яке висунулася під час «штурму» не знаходить рішення, тоді можна запропонувати теж саме, тільки в іншому форматі, або редагувати.

До евристичного навчання можна віднести також і синектичний метод.

Спосіб його застосування в основному схожий на «мозковий штурм». Відмінність полягає в тому, що такий метод доречно використовувати до учнів, які не мають досвіду творчого та логічного мислення, переважно це учні з низьким рівнем знань. Для цього потрібно організувати групи (5-7 осіб) де в подальшому накопичувати прийоми і способи творчих дій з цими учнями. Вони проходять спеціальну підготовку за професійними та

освітніми напрямками. Мета одна - спробувати знайти творче вирішення проблеми.

Структурна схема уроку, як правило, така: загальна організація проблеми, аналіз проблеми для кращого ознайомлення та коригування перших варіантів розв'язання, розуміння проблеми, що викликає аналогію запитання, побудова аналогій, їх розвиток і гра, виявлення значущості та використання аналогій щодо проблеми для створення нових ідей, вибір альтернативи, пропонування нової ідеї з негативною оцінкою альтернативи, розробка нової ідеї з позитивною оцінкою.

Метод дидактичних ігор використовується в кількох різновидах: ділові, рольово-управлінські, організаційно-діяльнісні ігри. Найпоширенішим у педагогічному процесі є ділова гра. Технологія її реалізації полягає у впливі на психологію учнів таким чином, щоб моделювати та ретельно аналізувати всі стосунки, які виникають перед учнем в процесі її навчальної та професійної діяльності [22]. З організаційної точки зору проведення ділової гри — це розгортання спеціальної імітаційної діяльності за моделлю, яка відтворює умови та динаміку виникнення, перебігу та розв'язання завдання.

На сьогоднішній день сучасна освіта України почала активно використовувати новий метод навчання, як ділові ігри, це диктує необхідність спеціального дослідження ефективності їх навчального, виховного та розвиваючого впливу. Завдяки своїм дидактичним можливостям - активному розвивальному характеру, безпосередньому спілкуванню на тлі мінливих обставин - ділові ігри більш продуктивні як засіб удосконалення особистісних якостей людини. Річ в тому, що такий прийом є конгломератом двох реальностей: процесу професійно-навчальної діяльності та відносин, які в ньому складаються. Отримання знань та формування нових, не стандартних вмінь і навичок, як і раніше, здійснюється шляхом накладання канви діяльності на тему та соціальні аспекти. Знання не набуваються абстрактно, вони не можуть бути консервативними і не для гіпотетичних застосувань. Адже в полі реальної інформації для учасників

освітнього процесу є розвиток динаміки розвитку сюжетних дій у створенні цілісної картини професійної ситуації. Також у ділових іграх учні отримують навички інтелектуальної взаємодії, формують ціннісні орієнтації та ставлення, характерні для їх майбутньої професійної діяльності.

У діловій грі при її побудові та застосуванні, крім загально педагогічних і приватно педагогічних принципів, реалізуються принципи: наслідувального моделювання змісту і форм навчально-професійної діяльності; спільна діяльність; універсальність в організації гри; педагогічний менеджмент [22].

Ці принципи відображають суть ігрового навчання, його складові частини, логіку і внутрішні зв'язки і стають дієвими факторами їх системного застосування. Педагогічні спостереження за уроками, проведеними з використанням ігрового методу, показують, що педагогічна своєрідність і корисність гри втрачаються, якщо керівник, учитель прагне реалізувати тільки навчальні або тільки ігрові цілі. І в першому, і в другому випадку формуючий ефект гри знижується. Посилити його можна лише тоді, коли в процесі впливу акцентується увага на інтелектуально-розвивальній складовій уроку як своєрідному системному об'єднанні всіх приватних цільових установок.

Під час розвитку особистісних якостей школяра ділова гра має такі пріоритети:

- гарантована систематизація навчального змісту та представлення у форматі моделювання, наближеному до реальності.
- повторює зміст та функцію кожного елемента вправи.
- Учні в змозі наблизитися до кінцевого результату після виникнення потреби в знаннях. Методи і прийоми отримання, отримання та ефективного використання цих знань. Це допомагає забезпечити сенс процесу навчання від емоційної до професійної варіації.
- включає освітні результати навчання, виховання та розвиток педагогічного процесу навчання.

- остаточно гарантує відхід від тотального контролю з боку вчителя, керівника розумової діяльності учнів до саморегуляції та самоорганізації їх діяльності.

Потрібно зазначити, що ділові ігри краще проводити переважно після того, як учні достатньо зорієнтовані в суті вимог до майбутньої діяльності, з'ясують її сутнісні основи, засвоять ключові поняття. Ці вимоги повинні бути дотримані - інакше сама ділова гра втратить свої навчальні, виховні та розвиваючі функції і не матиме належного ефекту.

Різновидами ділових ігор за рівнем складності є:

- 1) Наслідувальні вправи (процес закріплення умінь та навичок) - аналіз навчально-професійної ситуації (вироблення учнями рішень ситуацій, групове обговорення)
- 2) Розподілення за ролями (кожен учасник гри оцінює іншого учасника)
- 3) Цілісна (реальна) ділова гра, яка повністю моделює навчальну та професійну діяльність та її наслідки в контексті прийняття рішень.

Отже, організовуючи навчальну діяльність за запропонованими системами евристичних завдань з математики відповідає головній меті евристичного навчання математики – створенню учнями особистого досвіду вивчення математики та одержання основного продукту діяльності в процесі вивчення математики. Форма набутих прийомів навчально-пізнавальної евристичної діяльності сприяє формуванню самоорганізації особистості.

1.2. Сутність евристичної діяльності на уроках математики в профільних класах

Розглядаючи евристичну діяльність на уроках математики зауважимо, що в процесі навчання актуальним є діяльнісний підхід, який передбачає відбір навчального матеріалу, враховуючи принцип профільного навчання. Зауважимо, що головна мета профільного навчання є певна діяльність, або конкретні операції з конкретними завданнями. На думку З. І. Слєпкань,

важливий орієнтир діяльнісного підходу до розвитку творчої особистості полягає в тому, що людина повинна розкрити якості та зв'язки елементів реального світу лише в певних процесах і на основі застосування різних видів діяльності (суб'єктивної, розумової, індивідуальної, колективної та ін.) виділити основне.[32]

У сучасній дидактиці та методиці навчання домінує активна теорія навчання за законом. Проте, коли постає питання про джерела та механізми творчості, внесок окремого суб'єкта в науку і культуру, при їх описі та поясненні діяльнісний апарат розкриває його основні - обмеження унікальності і неповторності кожної людини. Зазначимо, що кожна людина по своєму унікальна та не повторна, тому під час традиційного навчання, а саме за допомогою понять теорії та сухих фактів неможливо розкрити творчий потенціал та змотивувати учнів для кращого розуміння матеріалу. Тому є необхідним запровадження евристичного навчання на уроках математики.

У нашому випадку досліджуються проблема використання евристичних прийомів у процесі навчання математики. Отже, під формуванням такої діяльності ми розуміємо набуті учнем нові освітні продукти, які формують у нього вміння осмислено діяти в ситуації вибору, грамотно ставити та досягати власних цілей, продуктивно діяти як у процесі навчання математики так і в майбутньому у своїй професійній та життєвій сферах.

Спираючись на О.І. Скафу [19], під навчально-пізнавальну евристичну діяльність учнів ми будемо розуміти діяльність, яка організовується вчителем із застосуванням різноманітних евристичних засобів і спрямована на створення нової системи дій у пошуках раніше невідомих закономірностей, на формування процесів, що ведуть до пізнання, що забезпечують пізнавальну та творчу діяльність, у результаті якої учні активно здобувають знання та розвивають свої евристичні навички та вміння, формують пізнавальні мотиви та організаторські якості.

Особливостями навчально-евристичної діяльності є:

- 1) коригування змісту евристичної діяльності відповідно до особистісної мотивації, цілей та особливостей учня.
- 2) наявність ситуації особистих труднощів чи проблем, подолання яких зумовлює внутрішній ріст активності;
- 3) створення власного навчального продукту під час освітньої діяльності.

Це дає змогу зробити висновок, що включення учнів у евристичну діяльність найбільше сприятиме формуванню профільної орієнтації.

Кожна особистість має свої переваги та багатофункціональність щодо власної професійної діяльності, адже кожна особистість репрезентує власні, різноманітні види діяльності. Тому важливо навчати учнів різним моделям і ситуаціям, які знадобляться їм на практиці. Евристична діяльність – ефективна діяльність, що розвиває продуктивні способи мислення, здатність досягати мети й отримувати результат. Найкраще вона виявляється при розв’язуванні евристичних задач, які формують профільні евристичні вміння.

Профільні евристичні вміння – це вміння, які допоможуть учням у майбутній діяльності розв’язувати нетипові проблеми, бачити нові рішення та творчо їх розв’язувати, що, як правило, призводить до інноваційної діяльності. Формування інноваційних вмінь означає формування досвіду евристичної діяльності на «профільному» рівні (з точки зору створення нової системи важливих дій) – евристичної діяльності, що Profile Focus – це є набуття досвіду профільної діяльності під час навчання. [35].

У зв’язку з цим, на думку Т. С. Максименко, профільна евристична діяльність розглядається як цільова система, що складається з таких складників: мотиваційного, змістовного, операційно-процесуального, організаційно-методичного, з одного боку, і цілей, продуктів, методів і завдань. з іншого боку [21].

Характеризуючи мотиваційну сторону профільно-орієнтованої евристичної діяльності, важливо враховувати, що мотивація є не лише

передумовою евристичної діяльності, а її результатом, її новоутворенням. Для успішного навчання важливо сформувати в учня домінуючий навчально-пізнавальний мотив.

Основна складова профільно-орієнтованої евристичної діяльності націлює предмет діяльності на що ця діяльність зорієнтована. Отже, зміст профільно-орієнтованої евристичної діяльності включає задану систему дій, які забезпечуватимуть виконання майбутніми математиками професійних функцій, та знання які будуть реалізовуватися в цій системі.

Операційно-процесуальна сторона профільно-орієнтованої евристичної діяльності пов'язана з тим, що ця діяльність складається із визначеної системи дій. Організація в учнів евристичних умінь і навичок фактично означає оволодіння цими діями, формування вміння знаходити нову систему професійних дій залежно від конкретних умов, удосконалювати її в процесі вирішення професійних завдань. Водночас процес розв'язування математичних задач, під час якого відбувається формування евристичних умінь, має адекватно відображати процес розв'язування проблемних завдань у майбутній професійній діяльності, тому важливо формувати досвід професійної діяльності вже в процесі навчання освіти.

Методологічний компонент профільно-орієнтованої евристичної діяльності включає в себе організацію знань та вмінь про наукові методи пізнання, які мають властивий характер і використовуються в різних галузях науки.

Організаційний аспект полягає у формуванні на уроках математики організаторських якостей майбутніх математиків, які забезпечуватимуть самостійне виконання майбутніми фахівцями всіх етапів розв'язування професійних задач.

В умовах сучасної освіти професійно - орієнтоване навчання здійснюється шляхом створення профільних програм з основних дисциплін у 10 – 11 класах. Профільна освіта є одним із важливих напрямів модернізації та удосконалення системи державної освіти і передбачає фактичне та

планомірне оновлення старших класів загальноосвітньої школи. Воно має враховувати інтереси, нахили та здібності до складу кожного учня виходячи зі складу особи з особливими здібностями. Освітні потреби в контексті соціально-професійних вимог прийняття рішень та відповідності вимогам сучасного ринку праці. Такий підхід до навчання старшокласників не тільки повною мірою використовує принципи персоналізованого навчання, але це також дає можливість створити максимально сприятливі умови для професійного самовизначення та подальшої самореалізації.

Відповідно до постанови Кабінету Міністрів України № 1456 від 21.10.2013 [12] профільне навчання є формою диференціації та індивідуалізації навчання. Це зумовлює зміни в структурі, змісті та організації навчального процесу. Щоб краще врахувати уподобання, нахил та здібностей можливостей учнів, потрібно створювати умови для навчання відповідно до їхніх освітніх і професійних інтересів та намірів щодо власних, соціальних і професійних рішень.

Профільне навчання в загальноосвітніх школах здійснюється за напрямками: суспільно гуманітарним; філологічним; природничо математичним; технологічним; художньо-естетичним; спортивним.

Вибір математичного профілю навчання передбачає наявність у кожного учня стійкого усвідомленого інтересу до математики, схильність обрати в майбутньому професію, пов'язану з нею. Незважаючи на це, не можна ігнорувати мотиваційний етап навчального процесу в таких класах. Одним із прийомів мотивації, який доцільно використовувати на уроках математики та фізико-математичних дисциплін, є створення конкретного проблемного навчання. Таке навчання може бути досить складним, вимагаючи серйозних математичних знань і значних зусиль для його вирішення. Намагаючись знайти спосіб вирішення задачі, учні зіштовхуються з не до кінця розібраним теоретичним матеріалом, це призводить до необхідності оволодіння новими предметними інформаціями.

Для кращого усвідомлення різноманітних математичних задач потрібно мати стійкий пізнавально-математичний інтерес. Обрані в системі з достатнім евристичним навантаженням включаючи історичні матеріали, пов'язані з темою.

Ефективним мотиваційним засобом є використання багатoproфільного викладу предметного змісту математики: навчання, наприклад, математичне моделювання може здійснюватися не тільки на уроках математики, а й у процесі викладання всіх природничих дисциплін.

Відповідно до характеру освіти та кваліфікації курсу підготовки «Математика» учні повинні мати такі навчальні навички [31]:

1. Вміти з'ясувати елементи та структуру теорії: концепції, наукові факти, закони, принципи та зв'язки між ними.
2. Вміти бачити та розуміти логічні помилки в доведенні математичних фактів, математичне теоретизування.
3. Вміти конструювати математичні приклади та контрприклад.
4. Вміти оцінювати перспективність розв'язування математичних задач.
5. Вміти аналізувати до якої галузі математичних знань належить об'єкт дослідження та пов'язані з ним проблеми.
6. Вміти аналізувати зв'язок досліджуваних математичних об'єктів з відомими об'єктами та математичних задач з науковими фактами.
7. Вміти аналізувати та передбачати правильний результат вирішення математичних задач.
8. Вміти створювати математичні рівняння об'єктів.
9. Вміти складати математичні рівняння об'єктів.
10. Вміти обирати методи чисельного аналізу математичних моделей різноманітних задач ефективно
11. Вміти інтерпретувати, аналізувати та узагальнювати результати чисельних експериментальних розрахунків.
12. Вміти застосовувати індукцію та дедукцію під час розв'язання математичних задач.

13. Вміти використовувати методи аналізу, синтезу, аналізу через синтез для розв'язування математичних задач.

14. Вміти використовувати метод сприйняття (моделювання, аналіз, синтез узагальнення матеріалізація порівняння порівняння тощо) при постановці математичних задач.

Сучасний учитель, який готує учнів до майбутньої математичної діяльності, повинен спиратися на формування вищезазначених евристичних умінь. У нашій роботі ми розглянемо, як їх сформувати через систему евристичних задач з використанням активних технологій навчання.

1.3. Евристичне навчання у контексті навчання геометрії, як засіб підвищення рівня навчальних досягнень учнів 9 - 10 класів

Зауважимо, що у нашому дослідженні головними принципами формування прийомів евристичної діяльності учнів є вищезазначені принципи А. В. Хуторського, який охарактеризував засоби реалізації евристики на практиці, особливо при розв'язанні геометричних задач.

Адже, загальне поняття евристичної діяльності пояснює як є розуміння різновидів осмислення людини, що внаслідок створює нову, якісну систему дій, або пояснює невідомі раніше властивості та ознаки об'єктів, які оточують людину.

Аналізуючи геометрію 9-10 класів, можна стверджувати, що на першому етапі вивчення геометричних понять є найскладнішими для розуміння, оскільки вони більш загальні, абстрактні, ілюзорні. Тому на початку вивчення геометрії в загальноосвітній школі ми говоримо про предмети та основні тези, що їх охарактеризують, які досить складно зобразити, наприклад, багатогранні кути, мимобіжні прямі, площини, прямі та їх відрізки. Йдеться про те, що учням необхідно усвідомити, запам'ятати і довести складні твердження, і при цьому не тільки засвоїти властивості чи ознаки понять, а насамперед обґрунтувати їх існування, а дуже часто і єдність. Тому учні змушені реалізовувати і намагатися запам'ятати складні формули, порівняння логічного, ілюзорного мислення із найменшою

концентрацією уваги. Досить зрозуміло, що такий вид роботи викликає психологічне та емоційне напруження, що призводить до цілковитого морального виснаження де результатом є негативний вплив на пізнавальний інтерес здобувача освіти. Немає заперечень, що при роботі з такими уявними об'єктами в жорстких умовах уроку учні просто не усвідомлюють змісту та обсягу розглянутих понять, і в результаті учні не можуть розв'язувати математичні задачі та використовувати теоретичний матеріал на практиці, через що відбувається відчуження та не розуміння предмету.

Отже, для їх успішного формування на перший план виходить описане вище евристичне навчання, яке входить до загальної класифікації, запропонованої О.І. Скафою [21], як «виділити головне», «узагальнити», «розглянути крайні випадки», «аналогію», «міркувати від протилежного», «побудувати приклад», «метод моделювання» та ін.

Евристичне навчання «виділити головне» використовується учнями ще з початкової школи, але особливістю його використання в 9-10 класах є зосередження уваги здобувачів освіти на одному ключовому моменті та нового поняття, яка є відправною точкою для подальшого активного розвитку матеріалу. Зазвичай, таким елементом є раніше вивчення у планіметрії у середній школі, тому вміння знаходити важливе та відсіювати другорядну інформацію є ключовим для успішного формулювання значення нового поняття та його властивостей.

Наступний прийом «розгляд екстримальних випадків» доцільно використовувати учням для визначення взаємного розміщення прямих у просторі, площин, а також для формулювання необхідних і достатніх умов. Йдеться про те, що за допомогою цього прийому учні (здобувачі освіти) можуть розуміти нові поняття, складати структурні схеми на основі глибокого аналізу та розуміння відносин між фігурами, визначати евристичні вказівки для побудови чи дослідження взаємного розміщення фігур у просторі.

«Міркуй від протилежного» надзвичайно важливий прийом, оскільки матеріал курсів 9 – 10 класу настільки специфічний, що учні мають не лише розглядати властивості нових понять, а й досліджувати існування та єдність об'єктів, які описуються цим поняттям. Як показує практика, найбільше проблем в учнів (здобувачів освіти) викликає саме дослідження, а це розуміння єдності об'єктів. Використання цього прийому, навпаки, допомагає учням свідомо підходити до вивчення єдності об'єктів і робити цей процес внутрішньою необхідністю. У результаті учні (здобувачі освіти) усвідомлюють кожен крок своїх міркувань, припущення виробляються більш правильні та чіткі, а відсутність малюнка не є проблемою.

Особливістю використання евристики в контексті навчання геометрії 9 - 10 класів є конструювання освітньої траєкторії в реальному часі за рахунок непередбачуваного ходу думок учнів (здобувачів освіти), що призводить до створення різноманітних питань та завдань. Висуваючи гіпотези, учні (здобувачі освіти) самостійно, під керівництвом учителя, будують задачі, розв'язування яких виявляє нові властивості та ознаки понять, а тому процес мислення стає більш природним і усвідомленим.

Розглянемо можливості евристичного підходу до формування понять теми «Лінії в просторі» [37]. Оскільки ще в 7 класі учні розглядали взаємне розміщення прямих на площині, тому доцільно дати їм завдання: «Перевірте спільне орієнтування прямих у просторі» Ми можемо стверджувати, що не всі учні відразу назвуть всі три види прямих. Але варто порекомендувати методи рекомендації. Приклад:

- Використайте аналогію з одновимірним простором, таким як площа, на цьому кроці учні можуть легко називати прямі, що перетинаються, і паралельні прямі з їхніми відповідними властивостями.
- Вважайте, що в просторі нескінченна кількість площин. Після такої підказки учні припускають, що в просторі прямі лінії не можуть перетинатися, але водночас вони знаходяться в різних площинах.

- Використайте відомі вам зображення просторових фігур, щоб наочно зобразити прямі лінії. Тобто методом «креслення», швидше за все, старшокласник накреслить паралелограм. Бо це число вони вже знають із програми математики 5 класу.

Отже, учні за логічним припущенням роблять висновок, що в просторі можна накреслити три види прямих. При цьому визначення цих видів прямих дає не вчитель, а самі учні. Вони намагаються їх сформулювати, спираючись на евристичний прийом «аналогія» (для паралельних прямих і прямих, що перетинаються, з урахуванням відповідних визначень планіметрії та власні міркування). Щодо мимобіжних прямих учні формулюють визначення, виходячи з власних припущень, спостережень, логічного мислення. Таким чином, отримані визначення, які закріплюються читанням у тексті підручника з метою порівняння, краще запам'ятовуються і розуміються учнями в результаті власної евристичної діяльності.

Слід зазначити, що в результаті використання евристичної роботи з даного питання здобувачі освіти можуть отримати різні за формулюваннями, але рівноцінні за змістом визначення мимобіжних ліній. Тому в даному випадку має місце колективне обговорення (групова робота).

По-перше, такий вид роботи дозволяє проаналізувати велику частину матеріалу з даної теми за допомогою ознайомлення з різними педагогічними підходами і в результаті акцентується увага на приналежність істотних властивостей поняття.

По-друге, це дозволяє учням закріпити та уточнити навички спілкування в групі, привселюдно висловлювати та обґрунтовувати власну думку, м'яко наголошувати чи спростовувати не правильні твердження інших здобувачів освіти.

По-третє, це дозволяє учням глибше зрозуміти матеріал, оскільки лише той, хто глибоко розуміє зміст, може пояснити іншим.

Під час використання евристичної діяльності у процесі навчання геометрії рекомендовано організовувати введення евристичної проблемної системи.

Термін «евристична задача» є синонімом «творча задача», або «нестандартна задача» (І.Я.Лернер, А.М.Матюшкін, Ю.М.Кулюткін, Л.М.Фрідман, Ю.М.Колягін, П.І.Підкасистий, Л.Н.Ланда, Г.Д.Балк, Я.А.Пономарьов та ін.), «проблемна задача» (І.Я.Лернер, А.М.Матюшкін, М.І.Махмутов та ін.) [] і «нестандартна задача» (О.Д.Александров, Л.М.Фрідман, Є.Н.Турецький) [4; 8; 15; 16; 18; 26; 48]. Проте ми вважаємо, що поняття «творче завдання» є значно ширшим, оскільки вирішення такого завдання передбачає наявність повноцінного творчого акту.

Поняття «проблемна задача», навпаки, є вузьким, оскільки припускає обов'язкову наявність протиріччя (реального чи нереального), яке не є необхідною умовою для прояву феномену пізнавальної самодіяльності, який ми виокремили як специфічний процесуальний вияв евристичної діяльності учня. У нашому розумінні терміни «евристична задача» і «нестандартна задача» є більш синонімами, оскільки зазвичай нестандартна задача передбачає самостійне формулювання принципу її вирішення під час аналізу проблеми на основі наявних знань і накопичений досвід.

Педагогічна взаємодія в процесі розв'язування евристичних задач, яка спрямована на стимулювання формування евристичної активності учня, є послідовним удосконаленням педагогічної діяльності в напрямку її технологізації та проходить чотири етапи.

На першому етапі евристичні завдання використовуються ситуативно для досягнення різноманітних дидактичних цілей уроку (актуалізація знань, стимулювання з ознайомленням нового матеріалу, диференціація процесу засвоєння нових знань, узагальнення) та стимулювання пізнавального інтересу учнів, активізація їх пізнавальної діяльності.

На другому етапі використовуються характерні форми організації процесу під час розв'язування евристичного завдання для стимулювання

пізнавальної самостійності учнів. Усна робота – для евристичних завдань із визначеним змістом, діалогічний

На третьому етапі активно використовується принцип «розгортання» завдання, що стимулює прояв самодіяльності учнів під час досягнення матеріалу через послідовне застосування всієї методичної системи.

Четвертий етап наголошує на творчому використанні методики, адаптацію до індивідуальної роботи вчителя та подальше вдосконалення. У цьому плані великий потенціал має матеріал, який вивчається в курсі геометрії.

Організувати навчання за допомогою евристичних задач і сформулювати евристичну діяльність учнів 9-10 класів можливо завдяки впровадженню нових технологій навчання в традиційне навчання геометрії. У зв'язку з цим ми ввели поняття евристичних ситуацій. Під евристичною ситуацією розуміємо таку форму евристичного навчання, за якої учень входить у стан попереднього відкриття знань і за допомогою цього самостійно створює навчальні продукти. Ми вводимо чотири основні евристичні ситуації: орієнтація, пошук, перетворення та інтеграція.

Актуалізація орієнтаційної ситуації учня, подолання особистісного опору евристичній діяльності. Для введення учнів у цю ситуацію пропонуються евристичні задачі з високим ступенем визначеності змісту. Ефективним засобом організації розв'язування таких евристичних задач є усна робота.

Актуалізація пошукової ситуації, тренування евристичних зразків діяльності на основі отримання нової інформації. Основою для створення ситуації є евристичні завдання напіввизначеного змісту, які вимагають творчого опрацювання змісту. Корисною та якісною формою організації розв'язання математичних задач у цій ситуації є діалог, тобто співпраця учнів між собою.

Актуалізація трансформаційної ситуації, основу якої створюють евристичні задачі оптимально невизначеного змісту, де наголошується на

предметі і меті діяльності та необхідно знайти правильні властивості, обрати необхідний метод і спосіб її вирішення. Основою є організація групової діяльності, яка найбільшою мірою дозволяє створити атмосферу спільного творчого пошуку.

Актуалізація інтеграційної ситуації. Діяльність учнів в цій ситуації характеризується виявом суб'єктивного, світоглядного ставлення до засвоєваних фактів, самостійним знаходженням проблем, парадоксів і суперечок, виявом евристичної позиції в навчальному процесі.

Підсумовуючи вищесказане, зазначимо, що організація евристичної діяльності на уроках геометрії 9-10 класів є ефективним засобом підвищення якості знань. У свою чергу, така діяльність повинна мати основу, яка являє собою використання евристичних прийомів під час вивчення геометрії в початковій школі, засвоєння учнями на певному рівні попередніх понять і евристичних прийомів. Відповідно до цього виділяємо три рівні сформованості евристичної діяльності учнів: низький, середній і високий.

- Низький – учні виконують близький евристичний перенос (моделювання дій) при цьому потребує значної допомоги вчителя. Цей вид діяльності їм не дуже цікавий.
- Середній – учні переносять евристику на подібні ситуації, потребуючи лише невеликої допомоги вчителя. Але, школяри відчують інтерес до цього виду діяльності з певною невпевненістю.
- Високий – учні проходять додаткові заняття з аналізу поведінки. Вони здебільшого незалежні один від одного. Постійно відчують інтерес до цього виду діяльності.

Формування евристичної діяльності на більш високому рівні відбувається в процесі вдосконалення рівня нижчого ступеня.

Висновки до розділу 1

Проаналізувавши науково - педагогічну літературу щодо проблеми дослідження ми дійшли висновків, що основоположником ідеї евристичного навчання у середній, а згодом і профільній школах є Джордж Пойа, він наголошував, що рішення будь - якої математичної задачі зосереджено навколо одного ключового моменту, що не є ефективним методом і вже з часом настає розуміння вирішення певної задачі після довгих безплідних роздумів. Також, проблемі впровадження евристичних прийомів на уроках математики вивчалися такими математиками та методистами, як Г.П.Бевз, М.І.Бурда, Ю.М.Колягін, Ю.М.Кулюткін, Л.Ларсон, Т.М.Міракова, В.М.Осинська, Ю.О.Палант, Д.Пойа, Г.І.Саранцев, Є.Є.Семенов, О.І.Скафа, З.І.Слепкань, Н.А.Тарасенкова, Л.М.Фрідман, С.І.Шапіро, П.М.Ерднієв та інші. Сучасна дидактика характеризує чітко поняття використання евристики на уроках математики за принципом А.В. Хуторським.

Розглядаючи евристичну діяльність на уроках математики ми визначили, що під час формування евристики здобувач освіти отримує нові освітні продукти, які виробляють у нього уміння осмислено діяти в ситуації вибору, грамотно ставити і досягати власні цілі, активно працювати під час розв'язання задач математичного характеру і надалі застосовувати набуті практичні знання в професійних і життєвих областях. Тому використання евристичної діяльності в профільних класах є дієвим та ефективним способом у професійній спрямованості.

Аналізуючи геометрію 9 – 10 класів ми можемо стверджувати, що на першому етапі найбільш складними для сприйняття учнями є саме геометричні поняття, оскільки вони є більш загальними, абстрактними, ілюзорними. Тому, для успішного формування розумового напрямку щодо математичного нахилу на перший план виходить вищеописане евристичне навчання.

Було з'ясовано, що особливістю використання евристичного навчання на уроках геометрії 9 - 10 класів є будування освітньої траєкторії у

реальному часі за рахунок не логічного ходу думок здобувачів освіти, що призводить до виникнення різноманітних питань та завдань. Висуваючи власні гіпотези, учні самостійно під чітким спостереженням вчителя моделюють задачі, розв'язання яких розкриває нові характерні ознаки та поняття, а тому процес логічного мислення відбувається більш природно та свідомо.

РОЗДІЛ 2

МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ РЕАЛІЗАЦІЇ ЕВРИСТИЧНИХ ТЕХНОЛОГІЙ НАВЧАННЯ НА УРОКАХ ГЕОМЕТРІЇ В ПРОФІЛЬНИХ КЛАСАХ

2.1. Методика формування евристичних вмінь на уроках геометрії в профільних класах

Найважливіше місце серед загальних евристичних прийомів посідає метод аналіз через синтез. Саме за допомогою такого методу починається процес ознайомлення з такими явищами, як: факти, процеси, об'єкти, тому здобувач освіти повинен аналізувати та розбирати не тільки поверхневі властивості задачі, але і її прихований зміст, до речі, прихованого змісту можливо і не буде, але шляхом застосування глибокого та всебічного аналізу через синтез учень активно використовує логічне мислення, що призводить до іншого бачення розв'язання певної задачі і в результаті знаходиться велика кількість рішень задачі. Цей прийом зазвичай використовують при розв'язуванні геометричних задач. [13,26].

Визначимо, що при розв'язанні завдання по перше, що потрібно зробити, - це розібратися в тому, що представляє собою таке завдання, а саме, - які умови задачі та головне питання (вимога) задачі, тобто, проводиться глибокий аналіз. Це перший етап розв'язання.

Часто виникає необхідність зобразити такий аналіз, який зазвичай створює модель якоїсь проблеми, а саме учень може зобразити умову задачі через запис, діаграму, таблицю, графіку, малюнку.

Побудова схематичного зображення задачі є другим етапом процесу рішення. Зазначимо, що аналіз задачі потрібен для того, щоб знайти цікавий і навіть не логічний спосіб розв'язання певної задачі. Саме пошук цікавого, творчого вирішення такої задачі визначає третій крок процесу прийняття рішення. Отже, коли спосіб вирішення знайдено, враховуючи певні помилки здобувачів освіти, необхідно цей спосіб застосувати до даної задачі, тобто, здійснити рішення.

Запис (здійснення) рішення є четвертий етап. До речі, рішення може здійснюватися і бути викладеним як письмово так і усно. Далі необхідно переконатися, що це рішення правильне і воно задовольняє всім вимогам задачі. Для цього проводиться перевірка рішення, що становить п'ятий етап процесу розв'язання задачі [13,26].

Для вирішення багатьох задач, крім перевірки, необхідно також провести дослідження, тобто визначити, за яких умов задача має рішення і скільки різних рішень існує в кожному випадку? Це шостий крок у процесі вирішення задачі.

Наступний сьомий крок — чітке визначення відповіді на проблему. Зазвичай потрібно провести інтелектуальний аналіз проблеми та її рішення: що цікавого в розв'язуваній задачі? Чи немає іншого способу вирішення проблеми? Проблема може бути узагальнена і т. д. Все це становить восьмий крок - завершальний етап процесу розв'язання задачі.

Отже, весь процес вирішення завдання можна розділити на вісім кроків:

- Крок 1 - Аналіз проблеми;
- Крок 2 – Моделювання проблеми;
- Крок 3 - Знаходження рішення;
- Крок 4 – Дії з усунення помилок;
- Крок 5 - Перевірка задачі;
- Крок 6 - Дослідження проблеми;
- Крок 7 - Обґрунтування відповіді на задачу;
- Крок 8 - Когнітивний аналіз проблеми та рішення.

Прикладами використання прийому аналіз через синтез можуть бути такі задачі.

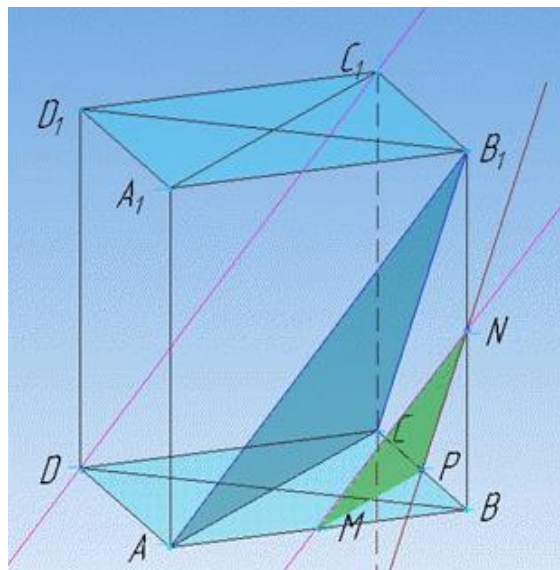
Задача 1. «Взаємне розміщення прямих у просторі».

На (рис. 2.2) паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Точки M , N і P є центральними прямих AB , BB_1 і BC відповідно. Основне питання:

встановити відповідність між прямими і площинами (1–4) та їх взаємне розташування (А–Д) (Рисунок 2.1)

- | | |
|----------------------------|-------------------------------------|
| 1. Прямі MN і DD_1 | А. Площини паралельні |
| 2. Прямі MN і DC_1 | Б. Площини перетинаються |
| 3. Площини MNP і AB_1C | В. Прямі паралельні |
| 4. Прямі NP і CC_1 | Г. Прямі мимобіжні |
| | Д. Прямі перетинаються |

(Рис.2.1. Методичний матеріал щодо перевірки знань учнів з теми «Взаємне розміщення прямих у просторі»)



(Рис.2.2. Паралелепіпед)

Розв'язання

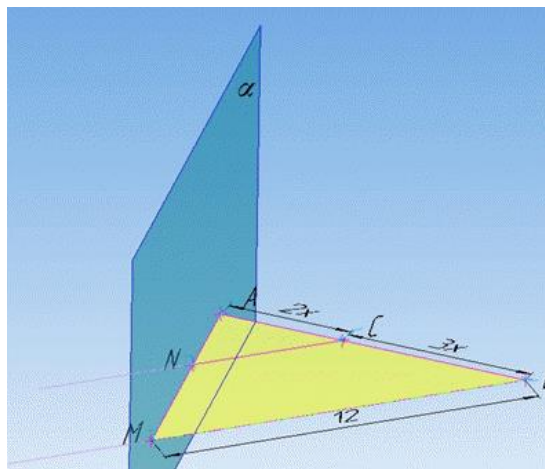
1) Аналіз. Пряма MN знаходиться у площині ABB_1 , тому що точки M і N є центрами ребер AB і BB_1 . Пряма лінія DD_1 не входить до площини ABB_1 та відповідно не перетинається. Прямі MN і DD_1 також не паралельні, тобто разом (тому що прямі знаходяться на різних площинах.) Значить, за визначенням MN і DD_1 є мимобіжними прямими. 1 – А.

Опрацюємо ABB_1 і DCC_1 (рис. 2.2.) Оскільки $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ є паралелепіпед, а значить протилежні сторони також паралельні, то $DC_1 \parallel AB_1$ — діагональ протилежної сторони, за ознаками паралельних прямих у просторі прямі $MN \parallel DC_1$ є паралельні. 2 – В.

3) Синтез. Згідно з умовою задачі, точки M , N і P є центрами ребер AB , BB_1 і BC відповідно в точці зазначаються як $MN \parallel AB_1$. Доведемо, що MP і NP є центральними лініями трикутників ABC і BB_1C відповідно. Тому за властивостями $MP \parallel AC$ і $NP \parallel B_1C$ у площинах MNP і AB_1C прямі MN , MP і NP (які перетинаються) є паралельні прямим AB_1 , AC і B_1C (які також перетинаються) згідно з теоремою (якщо дві прямі однієї площини, що перетинаються то паралельні двом прямим другої площини) Отже, ці площини паралельні.) Площини MNP і AB_1C є паралельні. 3 – А.

4) Синтез. Проаналізуємо площину BB_1C_1 , а саме грань BB_1C_1C паралелепіпеда, $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ паралельна одна одній (рис. 2.2). За умовами задачі точки N і P є центрами ребер BB_1 і BC , які належать до площини BB_1C_1 . Зрозуміло, що пряма CC_1 є площиною BB_1C_1 , тому прямі NP і CC_1 не є паралельні одна одній, через те, що вони на одній площині BB_1C_1 . NP не паралельна CC_1 , то інакше NP і BB_1 збігалися б, що суперечить суті проблеми задачі. Далі йдуть прямі NP і CC_1 , що перетинають 4 – Д.

Задача 2. З кінця A відрізка AB проведено альфа-площину. З кінця B і точку C відрізка AB проведено прямі, які перетинають альфа-площину в точках M і N . Знайдіть довжину відрізка CN . Якщо $AC : CB = 2:3$, $BM = 12$ (рисунок 2.3.)



(Рис.2.3. Паралельні прямі, які перетинають площину α)

Розв'язання

Аналіз. За умовами задачі маємо пряму АВ, площину альфа (синя) і пряму ВМ, де точка М належить площині альфа. Проведемо площину АВМ (жовта) через пряму ВМ і точку А, яка на ній не лежить. (рис. 2.3) Відповідно до умов задачі $CN \parallel BM$ точка N лежить в альфа-площині.

Отже, за теоремою CN належить площині АВМ. З цього зазначимо, що N належить прямій АМ, прямої перетину площин альфа АВМ. Розглянемо АВМ і АСМ. У площинах $\angle MAB = \angle NAC$ як спільний кут при вершині А; $\angle AMB = \angle ANC$ і $\angle ABM = \angle ACN$ як відповідні кути при паралельних прямих CN і ВМ.

Синтез. Це випливає із символів подібності в трьох кутах. Фігури АВМ і АСМ подібні. Це означає, що відповідні сторони паралельні, тому $AB/AC = MB/NC$ згідно з умовами задачі $AC:CB = 2:3$ і $BM = 12$, тоді

$$\frac{5x}{2x} = \frac{12}{NC} \rightarrow \frac{5}{2} = \frac{12}{NC} \rightarrow NC = \frac{12 \cdot 2}{5} = 4,8$$

нехай $AC = 2x$, $CB = 3x$, тоді $AB = AC + CB = 5x$.

Отже, $NC = 4,8$. Відповідь: 4,8.

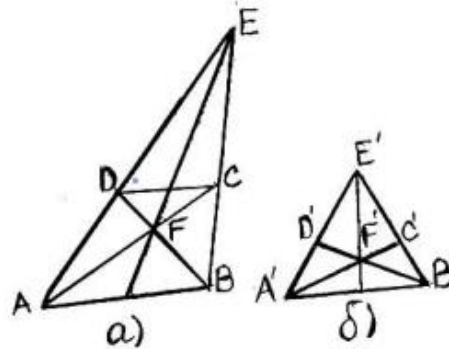
Такий принцип вводиться до розгляду задача про «Паралельне проектування і його властивості».

Задача 3. Використовуючи функцію паралельного проектування обґрунтуйте доведення пряма, яка поєднує точку перетину продовжень бокових частин трапеції з точкою перетину діагоналей та перетинає основу трапеції.

Розв'язання

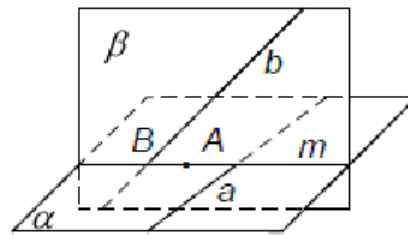
Аналіз. Нехай ABCD — шукана трапеція, Е — точка перетину бічних продовжень, F — точка перетину діагоналей. Спроекуємо зображення паралельно площині π , яка містить трапецію. На другій площині π' трикутник ABF одночасно переходить у рівнобедрений трикутник А'В'F'. Це пов'язано з особливостями паралельної конструкції. Тому паралельні прями паралельні трапеції, ABCD переходить у трапецію А'В'С'D' (рис. 2.4).

Очевидно, що пряма $E'F'$, в яку пройде EF є віссю симетрії рівнобедреного трикутника $A'B'F'$ і, відповідно, ділить навпіл основи $A'B'$ і $C'D'$ трапеції $A'B'C'D'$. На основі властивостей паралельного проектування стверджуємо, що пряма EF ділить навпіл основи AB і CD вихідної трапеції $ABCD$.



(Рис.2.4. Довільна трапеція)

Задача 4.3 З точки A потрібно провести пряму, яка перетинає дві дані перехресні прямі a і b (Рис.2.5).



(Рис.2.5. Прямі, що перетинають дві дані перехресні прямі)

Розв'язання 1 випадок:

Аналіз:

1. Нехай створена пряма m перетинає точку A і проходить кожен з пересічних прямих a і b (рис. 2. 5).
2. Постійно існує площина α , яка перетинає дві прямі m і a , що перетинаються;
3. Постійно існує площина β , яка перетинає дві прямі m і b , що є пересічними;

Тому m — спільна для площин α і β , кожна з яких перетинається через точку A і проходить через одну з прямих a і b .

Побудова:

1. Через пряму a і точку A проведемо площину α ;
2. Через пряму b і точку A проведемо площину β ;
3. Площини α і β перетинаються (через спільну точку A) по прямій m .

Зверніть увагу, після того, як ми конструюємо площини α ми можемо відшукати точку B , яка перетинається з прямими b і α . Отже, AB є шуканою m .

Дослідження:

1. Постійно є площина α , яка визначена прямою a з точкою A після неї;
2. Постійно є площина β , визначена прямою b з точкою A після неї;
3. Постійно є пряма m , яка перетинає площини α й β .

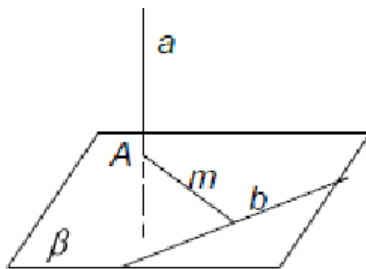
Чи завжди існує твердження, що пряма m перетинає пересічні прямі a і b ?

Зазначимо, пряма b є паралельною площині α , значить не можливо конструювати пряму m іншим шляхом, як ми бачимо з прямою AB . При конструюванні m як прямої, яка перетинає площини α й β одержуємо m , яка є паралельною прямій b . Отже, за результатами нашого дослідження згідно паралельності прямої b площині α чи навпаки, завдання відповідної задачі не має рішення. Існують випадки, коли пряма m перетинає точку A та інші прямі a і b , $A \in a$, $A \in b$.

Розв'язання 2 випадок: $A \in a$.

1. Постійно є площина α з прямою a і точкою A після неї.
2. Постійно є площина β з прямою b і точкою A після неї.
3. Постійно є пряма m , яка перетинає площини α і β .

Побудова: Реконструюємо площину β , яку перетинають b і точка A (рис. 2.6). Ми спостерігаємо нескінченну множину площин (α), які перетинають пряму a з точкою A . Отже, шуканою прямою можлива пряма площини β , яка перетинає точку A і є перетином прямої b . В результаті, для вирішення цього завдання задачі потрібно лише з'єднати точку A з точкою прямої b .



(Рис.2.6. Прямі, що перетинають дві дані перехресні прямі.)

Формування таких прийомів корисно при вирішенні таких задач.

Задача 5. Нам дані три задані точки на зовнішній стороні кулі. Відстань між прямими має 6 см. 8 см. 10 см та радіус кулі має 13 см. Потрібно знайти відстань від центра до середини площини, яка перетинає ці точки».

Використовуючи прийом аналіз через синтез, ми задаємо перше питання здобувачам освіти згідно до структури відповідного прийому (проводимо аналіз).

Вчитель: Визначте мету нашого завдання.

Учень: Знайти відстань від центра до площини, яка перетинається через відповідні точки.

Вчитель: Що ми робимо першим кроком у нашому завданні?

Учень: Потрібно згадати загальне значення кулі, а саме радіуса.

Вчитель: Що є необхідним для розв'язання?

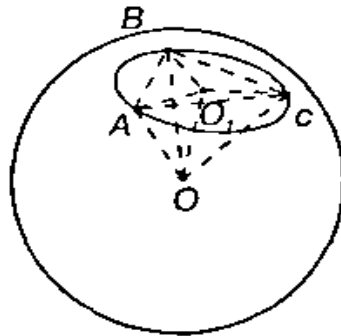
Учні: (Використовується прийом аналізу) Конструюємо перпендикулярну пряму OO_1 до площини $\triangle ABS$. Тоді, отримуємо фігури - прямокутні трикутники AO_1O , BO_1O , CO_1O , які є правильними за катетами і гіпотенузою, отже O_1 є центр кола, який оточує обдає трикутник ABC . Зауважте, що $6^2 + 8^2 = 10^2$, отже, трикутник ABC — прямий кут. Через це O_1 знаходиться в середині AC , тому $AO_1 = 5$ см.

Вчитель: Що потрібно зробити на останок?

Учні: Відшукати потрібну відстань з трикутника AOO_1 .

Далі учні самостійно виконують окремі операції (Синтез): Виготовляємо форму кулі (рис. 2.7). Позначаємо позначені точки та креслимо радіус. За теоремою Піфагора зазначимо, що прямокутний трикутник AOO_1

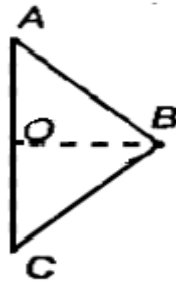
має таке рішення $OO_1 = \sqrt{AO^2 - AO_1^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ (см). Отже, потрібна відстань дорівнює 12 см.



(Рис.2.7. Куля з даними точками)

Формування аналізу через синтез доцільно здійснювати на прикладі такої роботи.

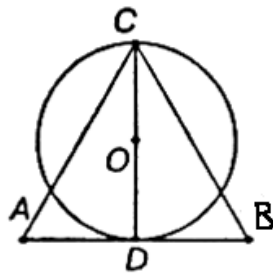
Задача 6. «Обернення рівностороннього трикутника навколо власної сторони a . Відшукати об'єм отриманого в результаті тіла обертання». Конструюємо малюнок і переходимо до виконання задачі, використовуючи прийом аналіз через синтез. (Рис. 2.8)



(Рис.2.8. Рівносторонній трикутник обернений навколо своєї осі)

Аналіз: Як відомо під час обертання трикутника навколо власної осі ми отримуємо два конуси. Тому, для того щоб знайти об'єм обертання потрібно знайти об'єм конуса і як завжди помножити його на два $OC = AO = \frac{1}{2}AC = \frac{a}{2}$, $BO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Ми отримаємо Тоді об'єм об'єкт обертання, який дорівнює сумі об'ємів двох конусів з радіусом BO та висотою $AO=OC$. Тобто $V = 2 * \frac{1}{3} \pi * OB^2 * AO = 2 * \frac{1}{3} \pi * \frac{a}{2} * \frac{a^2 3}{4} = \frac{\pi}{4} a^3$. Зазначимо, що формування прийомів аналізу і синтезу доцільно проводити також за допомогою такої задачі.

Задача 7. «Загальна зовнішня сторона поверхні рівностороннього конуса дорівнює загальній зовнішній поверхні кулі. Конус сконструйований з висоти, яка дорівнює його діаметру. Довести обґрунтування відповідної задачі. Зобразимо схематично малюнок за яким проведемо важливий аналіз за допомогою прийому аналіз через синтез та обґрунтуємо, що загальна поверхня конуса дорівнює загальній поверхні кулі, яка утворена висотою, що дорівнює її діаметру (рис. 2.9).



(Рис.2.9. Поверхня рівностороннього конуса рівновелика поверхні кулі)

Робимо аналіз задачі. Через те, що ABC мають рівні сторони то $R = OB = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}BC$. Тоді бокова поверхня дорівнює $S_6 = \pi Rl = \pi R * BC = 2\pi R^2$. А повна поверхня буде дорівнювати: $S = S_6 + S_0 = 2\pi R^2 + \pi R^2 = 3\pi R^2$. Загальна поверхня конуса позначається за допомогою позначки S_0 і дорівнює $S_0 = 3\pi R^2$.

В подальшому обґрунтуємо визначення осьового переріза. Тому в трикутнику з рівними сторонами ABC висота $CD = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = R\sqrt{3}$. Тоді $OD = \frac{R\sqrt{3}}{2}$ і площа поверхні кулі дорівнює $S = 4\pi OC^2 = 4\pi \left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 3\pi R^2 = S_0$.

Згідно з вищеописаного ми можемо стверджувати, що загальна поверхня конуса з рівними сторонами дорівнює загальній поверхні кулі, яка створена з висоти, що дорівнює її діаметру. Потрібно наголосити на тому, що використовуючи прийом аналіз через синтез ми робимо логічне міркування від того, що дає нам ця задача, до того, що потрібно знайти або довести.

Отже, проведені дослідження, щодо розв'язування геометричних задач за допомогою прийомів аналіз через синтез сприяє активізації пізнавальної діяльності учнів на уроці. В кінці враховуючи необхідні міркування учні

будуть поступово розв'язувати отримані задачі в той самий час вони спочатку використовують аналіз. Тобто проаналізуючи дану проблему, потім вони взмозі використовувати синтез і переходять до міркувань, що не завжди є правильні. Але відшукуючи помилки учні без труднощів розв'язують поставлені перед ними задачі.

Тому використання аналізу та синтезу на уроках геометрії в профільних класах стимулює в учнів прагнення до пошуку розв'язків та інтерес до відкриттю нових знань.

2.2.Методика використання евристичних прийомів під час вивчення теми «Взаємне розміщення прямих у просторі» в умовах перевернутого навчання

Зазначимо, що «перевернуте навчання» це інноваційна форма пізнавальної діяльності учнів, яка активно використовується під час дистанційного навчання. Розберемо основні чинники, що призвели до появи інновації.

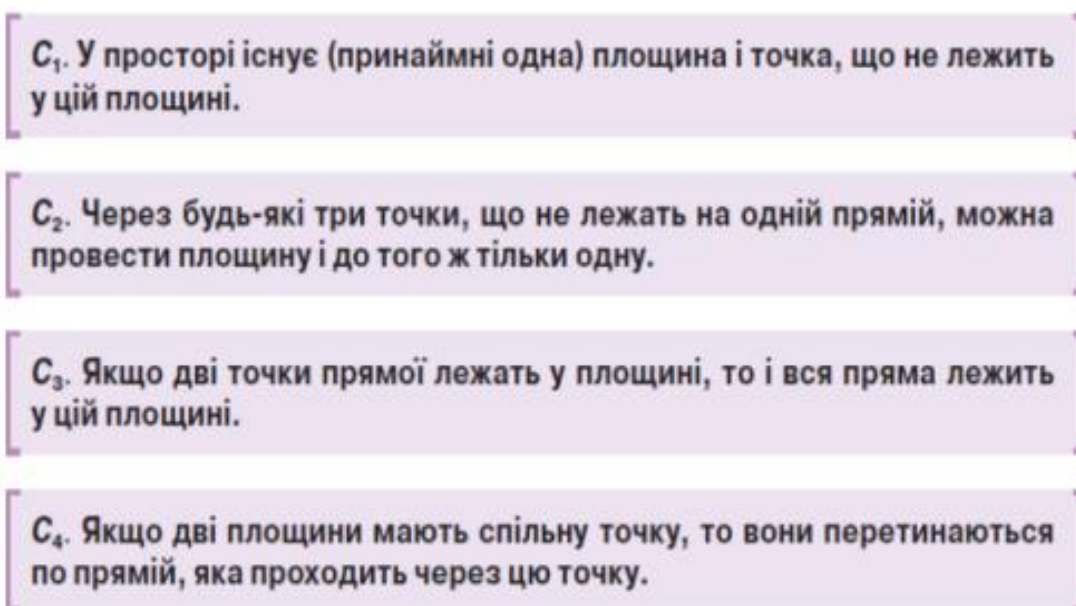
В умовах сьогодення та дистанційного навчання головним фактором вважаємо необхідність збільшення академічного часу для практичної діяльності, тобто більше часу для самостійної роботи з кожним здобувачем освіти для зорієнтування уваги на складних проблемних питаннях теми. Також можемо виокремити основні чинники, що зумовили до використання такої моделі: низький рівень активності учнів на уроці; важливість активації пізнавальної діяльності за допомогою евристичного навчання; відсутність учнів на уроці; змотивування учнів в отриманні знань більшого обсягу.

Проаналізуємо тему «Паралельність прямих і площин у просторі» та визначимо як можна використати модель «перевернуте навчання» з використанням евристичних прийомів. Рекомендаційні матеріали були запропоновані з підручника геометрії профільного рівня автора Бевза Г.П. [7]. Зазначимо, що тема «Паралельність прямих і площин у просторі» проходить у другому та третьому розділах загальної освітньої програми з

геометрії, після вивчення першого розділу «Вступ до стереометрії».

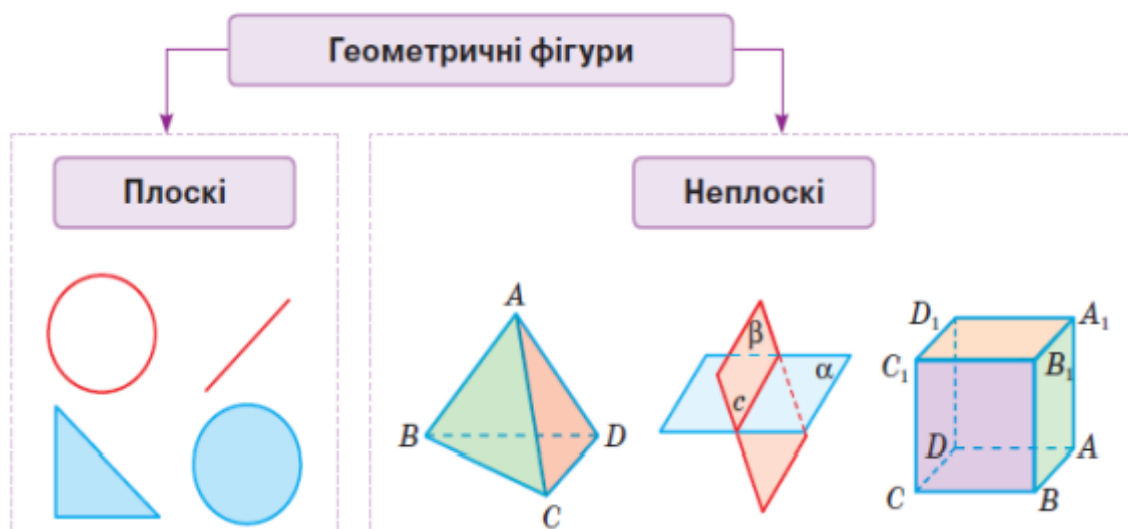
Розглянемо, як використовуючи модель «перевернутого навчання» з використанням евристичних прийомів проводити ефективно на уроках геометрії.

Проаналізуємо тему: «Взаємне розміщення двох прямих у просторі: прямі, що перетинаються; паралельні прямі; мимобіжні прямі. Ознака мимобіжних прямих». Усі методичні матеріали для самостійного опрацювання в умовах перевернутого навчання були надані заздалегідь. В першу чергу пропонуємо закріпити попередню тему через актуалізацію попереднього матеріалу I розділу з використанням евристичного прийому – узагальнення. Фрагмент підручника Бевз Г. П.[7] (Рис.2.10; Рис.2.11; Рис.2.12)

- 
- S_1 . У просторі існує (принаймні одна) площина і точка, що не лежить у цій площині.**
- S_2 . Через будь-які три точки, що не лежать на одній прямій, можна провести площину і до того ж тільки одну.**
- S_3 . Якщо дві точки прямої лежать у площині, то і вся пряма лежить у цій площині.**
- S_4 . Якщо дві площини мають спільну точку, то вони перетинаються по прямій, яка проходить через цю точку.**

(Рис.2.10. Фрагмент підручника з геометрії 10 клас)

Геометрична фігура — будь-яка множина точок. Скінченна або нескінченна, на площині або в просторі.



(Рис.2.10. Фрагмент підручника з геометрії 10 клас)

Стереометричні аксіоми:



(Рис.2.12. Фрагмент підручника з геометрії 10 клас)

Наголосимо на тому, що важлива роль у геометрії відводиться паралельним прямим і площинам. Використовуючи прийоми евристичного навчання - порівняння, зазначимо, що матеріальними моделями паралельних прямих і площин такі як електричні дроти, частини залізничних колій покриття підлоги в будівлях тощо.

За відповідною темою ми познайомимося з основними характеристиками та властивостями паралельних прямих і площин у

тривимірній евклідовій геометрії, де дві прямі, що не перетинаються, не тільки паралельні, але й мимобіжні, вона є також паралельна пряма.

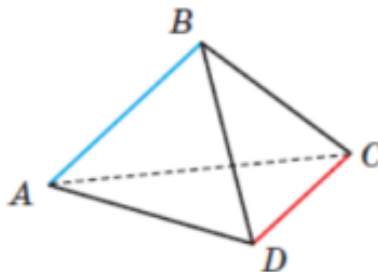
Подивимося уважно малюнки і пригадаємо, як можуть розміщуватись дві прямі. (Рис.2.13.)



(Рис.2.13. Порівняння розміщення прямих у навколишньому середовищі)

Якщо дві прямі лежать в одній площині, ці дві прямі перетинаються чи будуть паралельними? Розглянемо уважніше малюнок і знайдемо зображення прямих, які не перетинаються і не є паралельні. Як бачимо, у тривимірному просторі можливий і третій випадок розташування двох прямих, як мимобіжних. Рис.2.13.

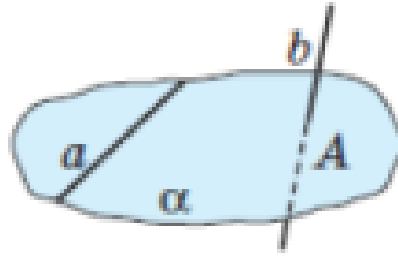
Візьмемо за приклад тетраедр $ABCD$ (рис. 2.14), як ми бачимо, прямі AB і CD не перетинаються, не є паралельні і вони не знаходяться на одній площині. Отже, прямі, які не знаходяться в одній площині, називаються мимобіжними.



(Рис.2.14. Тетраедер)

Теорема 3. Зазначимо, що одна з прямих, що знаходиться у площині, а друга перехрещує цю площину, але не перехрещує першу пряму, то дані прямі мимобіжні.

Доведення: Нехай пряма a знаходиться у площині α , а пряма b перехрещує цю площину через точку A , де $A \notin a$. (Рис.2.14)



(Рис.2.14. Зображення прямої на площині)

Обґрунтуємо, що прямі a і b мимобіжні, тобто не лежать в одній площині. При використанні протилежного способу припустимо, що через прямі a і b можна сконструювати площину β . Вона не відповідає прямій a , оскільки $b \not\subset \alpha$ і $b \subset \beta$. Площини α і β перетинають точку A . Відповідно до аксіоми дві прямі повинні перетинатися на одній прямій, яка перетинає точку A , але існує загальна пряма a , яка не перетинає точку A , тому зроблені припущення призводять до протиріччя. Виходить, що прямі a і b не лежать в одній площині.

За аксіомою Евкліда зазначається, що через дану точку на площині можна провести не більше однієї прямої, паралельної даній точці.

Теорема 4

Через будь-яку точку можна провести пряму паралельну цій прямій у просторі яка не знаходиться лише в одному зазначеному рядку.

Доведення: Нехай пряма a і точка A не перетинаються. Через них можна сконструювати площину (теорема 1). На цій площині можна провести пряму, паралельну прямій a . Більше того, лише одну пряму (аксіома Евкліда), тому можна провести лише одну пряму, паралельну даній прямій a можна провести і в просторі через точку A . Дві паралельні прямі завжди лежать в одній площині А три чи більше. Вони можуть не лежати на одній площині.

Наприклад, ребра прямозубої циліндричної шестірні (Рис.2.15.) знаходяться на паралельних прямих, але не на площині.



(Рис.2.15. Порівняння паралельних прямих по відношенню до площини)

Задача №1 з використанням евристичного прийому «аналіз та синтез».

Пряма AB не перехрещує площину α . Проведемо паралельні прямі з кінця прямої AB до середини C через площину α в точках A_1 , B_1 і C_1 відповідно.

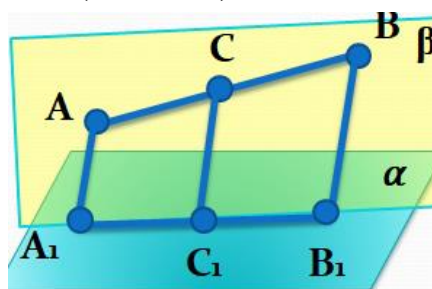
Розчленовуємо умову задачі:

1) Обґрунтуйте твердження - точки A_1 , B_1 , C_1 знаходяться на одній прямій.

2) Відшукайте CC_1 , якщо $AA_1 = 6$ см, $BB_1 = 10$ см

Розв'язання

Конструюємо побудову рисунка, тобто переходимо до практичної діяльності розв'язання задачі. (Рис.2.17).



(Рис. 2.17. Паралельні прямі, що перетинають площину)

1) Проведемо площину β через прямі AA_1 і BB_1 .

Аналіз:

Під час процесу виконання завдання здобувачі освіти повинні відповісти на такі запитання: Що ми не знаємо? Що нам дано? Яка умова завдання? Чи

були коли-небудь приклади подібного завдання раніше? Чи можна використати подібну задачу, яку розв'язували раніше?

Синтез:

$$\beta \cap \alpha = A_1B_1.$$

$CC_1 \subset \beta$ тому, що $CC_1 \parallel AA_1$ і $CC_1 \parallel BB_1$. $C_1 \in A_1B_1$.

2) AA_1B_1B – трапеція, CC_1 – середня лінія трапеції.

$$CC_1 = \frac{AA_1 + BB_1}{2}; \quad CC_1 = \frac{AA_1 + BB_1}{2};$$

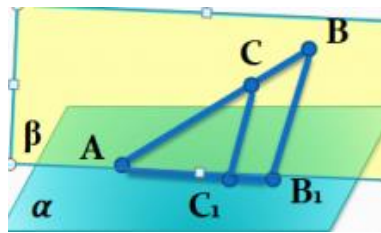
Задача №2. Площина α проходить у точці А відрізка АВ. Через точку В і точкою С перетинаються дві паралельні прямі які пересікають площину α через точки B_1 і C_1 .

Розчленовуємо умову задачі:

- 1) $BB_1 = CC_1 = 6$ см, $AC:AB=3:4$;
- 2) $AB = CC_1 = 4$ см, $BB_1 = 6$ см, $AC = 8$ см;
- 3) $CC_1 = BB_1 = 12$ см, $AC = 16$ см, $CB = 8$ см.

Розв'язання

Виконуємо конструювання рисунка, тобто переходимо до практичної діяльності розв'язання задачі. (Рис.2.18).



(Рис.2.18. Паралельні прямі, що перетинають площину)

Аналіз:

Під час виконання етапів розв'язування задачі здобувач освіти повинен повинен відповісти на наступні запитання: Що потрібно знайти? Що вже знаємо? Яка умова задачі?

Синтез:

Складемо пропорцію: $\frac{AC}{AB} = \frac{CC_1}{BB_1}$, $\frac{3}{4} = \frac{6}{BB_1}$, $BB_1 = 8$ см

$$2) \frac{8}{AB} = \frac{4}{6}, \quad AB = 12 \text{ см.}$$

$$3) AB = AC + CB, \quad AB = 24 \text{ см.} \quad \frac{16}{24} = \frac{CC_1}{12}, \quad CC_1 = 8 \text{ см.}$$

2.3. Організація та проведення практичних занять з використанням евристичних прийомів в умовах перевернутого навчання

Нагадаємо, що перевернуте навчання – це форма активного навчання, яка дозволяє перевернути традиційний навчальний процес: домашнє завдання - перегляд відеоуроків з опрацюванням теоретичного матеріалу перед наступним уроком, а на уроці - виконання практичних вправ і з'ясування проблемних питань, що виникли під час опрацювання теоретичного матеріалу.

Тому організація та виконання поставлених нами практичних завдань вимагають ретельної підготовки. Пропонуємо план підготовки до практичних занять за технологією перевернутого навчання:

1. Зосереджено опрацюємо теоретичне завдання (запис необхідних тверджень, теорем, доведень).
1. Переглядаємо відео-урок (інструкцію), які на нашу думку, стосуються теми.
2. Складаємо ряд запитань для обговорення (якщо не зрозуміло), де на уроці відбувається актуалізація знань з опрацьованої самостійно теми.
3. Складаємо ряд практичних завдань (задачі), що стосується теми.

Пропонуємо узагальнити отримані знання. Здобувачі освіти знайомляться та аналізують теоретичний матеріал з теми: «Спільне положення двох прямих у просторі: прямих, що перетинаються» використовуючи модель уроку «Перевернуте навчання» Підбираємо завдання за підручниками авторів Бевз Г. П. [4] Нелін Є. П. [20]

Конспект уроку

Тема: Взаємне розміщення двох прямих у просторі: прями, що перетинаються, паралельні та мимобіжні прями.

Мета: Узагальнити та систематизувати знання, отримані здобувачами освіти під час самостійного вивчення теми. «Розташування двох прямих у

просторі разом» засвоїти поняття про «мимобіжна пряма» для засвоєння змісту та доведення теореми.

Тип уроку: засвоєння знань, формування вмінь та навичок при розв'язанні геометричних задач. Групова робота.

Наочність та обладнання: Добірка практичних завдань, тест, підручник з геометрії Бевз Г.П, презентація.

Хід уроку

I. Організаційний етап

Перевірка готовності учнів до уроку, налаштування на роботу.

II. Закріплення самостійно вивченого матеріалу

III. Повідомлення мети уроку. Закріплення вивченого матеріалу.

Групова робота: учні відповідають по черзі, отримуючи бали.

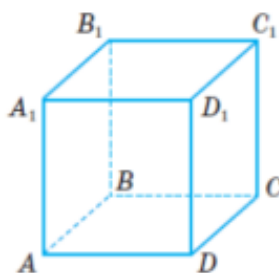
1. Прямі вважаються паралельними, якщо?
2. Прямі вважаються мимобіжними, якщо?
3. Наведемо приклади мимобіжних та паралельних прямих.
4. Зазначте ознаки мимобіжних і паралельних прямих.
5. Скільки прямих можна провести через дану точку або пряму?
6. Сформулюємо теорему про мимобіжність прямої.

IV. Виконуємо разом

Задача № 1 $ABCA_1B_1C_1D_1$ є куб. Доведіть, що пряма AB транзитивна прямій CC_1

Розв'язання

Конструюємо схему, тобто переходимо до практичної форми розв'язання завдання (Рис. 2.19)



(Рис.2.19. Побудова малюнка учнями щодо мимобіжної прямої)

Під час покрокового виконання геометричної задачі здобувач освіти відповідає на запропоновані завдання:

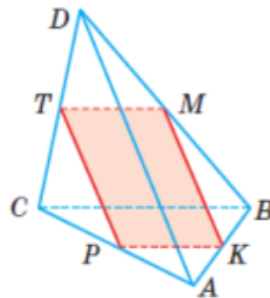
1. Що нам невідомо?
2. Що дано?
3. Яка умова задачі?

Розв'язання

Пряма CC_1 знаходиться на площині BB_1C_1C , пряма AB перехрещує цю площину в точці B , яка не знаходиться на CC_1 , отже, за ознакою транзитивності прямих, прямі AB і CC_1 є транзитивні.

Задача №2. K, P, T, M є центрами ребер AB, AC, CD, DB тетраедра $ABCD$. Обґрунтуйте, те, що ромб $KPTM$ — паралелограм.

Розв'язання. Конструюємо схему, тобто переходимо до практичної розв'язки завдання. (Рис.2.20).



(Рис.2.20. Доведення чотирикутника паралелограмом)

Під час виконання задачі здобувач освіти повинен відповісти на наступні запитання:

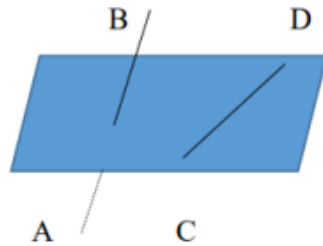
1. Що невідомо?
2. Що дано?
3. Яка умова задачі?

Відрізки KP і MT є центрами трикутників ABC і CDB , отже, кожен з них є паралельним ребру CB і дорівнює одній половині. За властивостями транзитивності відрізки PK, TM є паралельними та рівними, а значить, ромб $KPTM$ є паралелограмом.

Задача № 3

Прямі AB , CD є транзитивними. Чи можуть бути паралельними прямі AC , BD та перетинатися?

Розв'язання. Конструюємо схему, тобто переходимо до практичної розв'язки завдання (Рис.2.21).



(Рис. 2.21. Доведення щодо паралельності прямих)

Під час розв'язання задачі здобувач освіти повинен відповісти на наступні питання:

1. Що невідомо?
2. Що дано?
3. Яка умова задачі?

Розв'язання: Якщо прямі AC , BD є паралельні або перехрещуються, то через ці прямі можна провести й площину. У площині знаходяться точки A , B , C і D , а отже, прямі AB , CD . Але традиційно прямі AB , CD не знаходяться на одній площині, отже, прямі AC , BD не можуть бути паралельними або перехрещуватися.

Групова робота. Тест на два варіанти.

Варіант 1

1. Прямі c і d знаходяться на загальній площині. Чи є варіант неможливого розміщення цих прямих на площині?

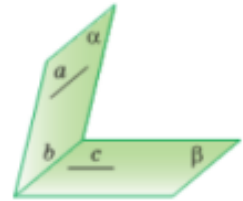
А) c і d мимобіжні; Г) c і d не паралельні; Б) c і d не перетинаються; Д) c і d перетинаються. В) c і d паралельні.

2. Дві прямі a і b паралельні прямій x . Вкажіть взаємне розміщення прямих b і a .

А) Паралельні; Б) мимобіжні; В) перетинаються.

3. На (Рис 2.23) зображено дві площини α і β , які перехрещуються по прямій b . Укажіть загальне розміщення прямих a і c , де ми знаємо, що $a \parallel b$, $c \parallel b$.

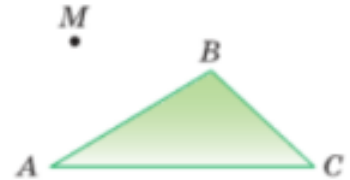
А) перетинаються; Б) мимобіжні; В) паралельні.



(Рис.2.23)

4. Точка M не знаходиться на площині ABC (Рис.2.24). Яка пряма транзитивна прямій AB .

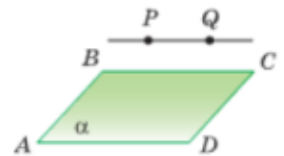
А) BM ; Б) AM ; В) AC ; Г) CM ; Д) CB .



(Рис.2.24)

5. Пряма PQ , яка не знаходиться на площині $ABCD$, є паралельною BC (Рис. 2.25). Якій із прямих площини паралельна ця пряма?

А) CD ; Б) AC ; В) AD ; Г) AB .



(Рис.2.25)

6. Прямі a і c перехрещуються, а пряма b паралельна прямій c . Укажіть можливе взаємне розміщення прямої a по відношенню до рис 2.24 рис. 2.25

А) перетинаються; Б) транзитивні; В) паралельні.

V. Домашня робота:

Самостійно опрацювати тему: Розміщення прямої і площини в просторі. Ознака паралельності прямої і площини в просторі.

2.3. Організація та проведення експериментальних занять з використанням евристичних прийомів в умовах перевернутого навчання

На сьогоднішній день в умовах війни в Україні педагогічний експеримент на тему «Вивчення взаємного розміщення прямих і площин у просторі курсу стереометрії профільної школи» з використанням перевернутого навчання вдалося провести в синхронному режимі Zoom.

Апробація основних положень дослідження та його результати здійснювались на базі Вищого професійного училища №94.

На протязі двох тижнів з 04.09.2023 – 15.09.2023 рр були проведені ряд уроків з досліджуваної теми, де здобувачам освіти (40 здобувачів освіти) на перших двох уроків пропонувалося опрацювати тему «Взаємне розміщення прямих у просторі» самостійно. Увесь матеріал було викладено на платформі Classroom.

Тема уроку «Взаємне розміщення прямих у просторі.» в умовах перевернутого навчання.

Мета уроку:

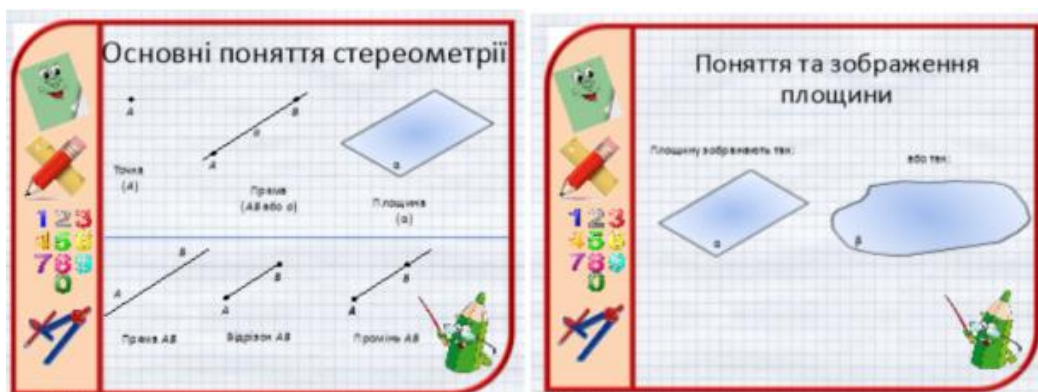
Навчальна: формування у здобувачів освіти поняття паралельних, мимобіжних прямих та прямих, що перетинаються, знати ознаки паралельності прямих; тренування навичок щодо застосування вивченого матеріалу до розв'язування задач.

Розвиваюча: розвиток просторової уяви, евристичного мислення, спостережливості, уміння чітко й правильно висловлювати думку;

Виховна: виховання культури математичних записів та мови.

Під час актуалізації здобувачам освіти пропонувалося пригадати основні поняття стереометрії, поняття та зображення площини.

Все супроводжувалося показом презентації у форматі Zoom (Рис. 2.26)



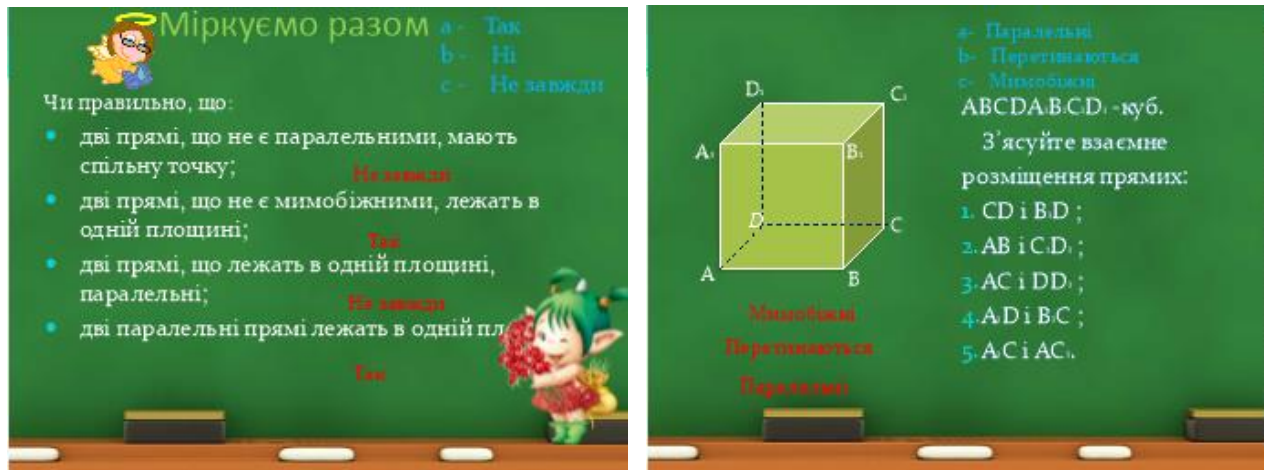
(Рис. 2.26. Актуалізація знань щодо сприйняття нового матеріалу)

Більшість здобувачів освіти справилися із завданням добре.

На етапі роботи здобувачам освіти пропонувалися наступні завдання (Рис.2.27.):

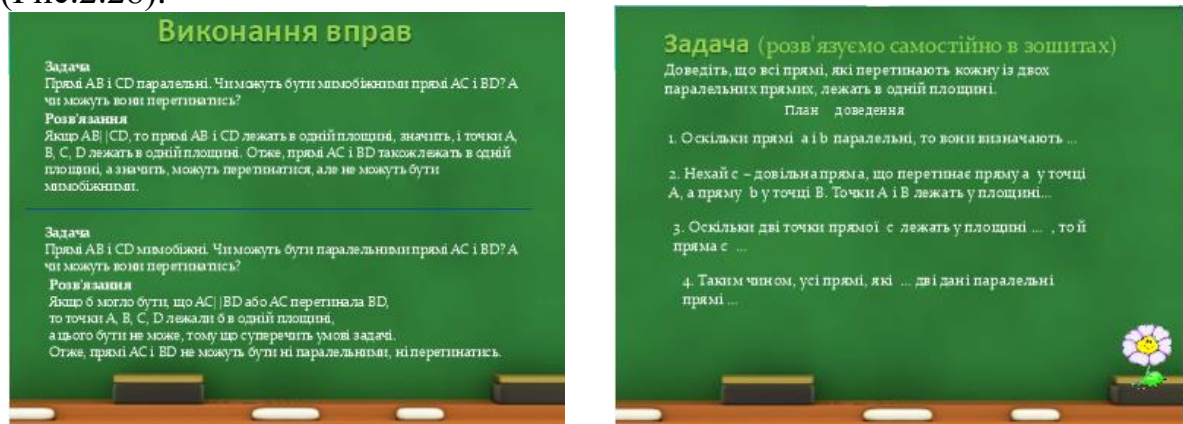
Тест «Поміркуємо разом»

Здобувачі освіти повинні дати одну з трьох відповідей: а,б,с. За кожну правильну відповідь оцінюють себе по 1 балу. Більшість здобувачів освіти також вдало справилися з цим завданням.



(Рис. 2.27. Актуалізація знань з використанням тестових завдань)

На етапі розв'язання задач були запропоновані наступні завдання (Рис.2.28):



(Рис. 2.28. Розв'язування задач за допомогою евристичних прийомів)

Відчувалось, що здобувачі освіти готувалися до уроку, тому що задачі вирішувалися дуже швидко.

Наступним етапом уроку було самооцінювання. Кожен здобувач освіти повинен був перевірити результати своїх знань та підрахувати свої бали, які оцінювалися по 2 бали.

У підсумку уроку здобувачам освіти пропонувалися відомості з історії, які допомогли розширити їхні знання з певної теми. Також, було запропоновано для закріплення теми «Взаємне розміщення прямих у просторі» ресурси з тестовими завданнями, де здобувач освіти може обрати будь – який тест на вибір:

1. <https://onlinetestpad.com/ua/test/18884-vza%D1%94mne-rozm%D1%96shhennya-dvokh-pryamikh-u-prostor%D1%96-pryam%D1%96-shho-peretinayutsya>
2. <https://matematikatests.in.ua/vzayemne-rozmishhennya-pryamyh-u-prostori-test-2-geometriya-10-klas/>

Домашнє завдання: Для вивчення наступної теми, ознайомитись самостійно з темою «Тіла обертання та їх властивості», всі матеріали для самостійного завдання викладені у Google Classroom

Результати експериментальної перевірки стереометрії підтверджують ефективність використання евристики у розв'язуванні задач в умовах перевернутого навчання. Але щоб оцінити ефективність евристичного навчання, відповідний метод з використанням евристики потрібно застосовувати постійно на практиці.

Висновки до 2 розділу

У даному розділі було з'ясовано, що головне місце серед усіх евристичних вмінь надають перевагу аналізу та синтезу, особливо при розв'язанні геометричних завдань. Адже процес вивчення таких явищ, як факти та об'єкти безпосередньо вивчаються за допомогою аналізу й синтезу, тому здобувач освіти має навчитися бачити не тільки певні риси, властивості, що знаходяться на «поверхні», але обов'язково розуміти й приховані особливості, що можуть бути виявлені тільки шляхом застосування глибокого й всебічного аналізу й синтезу.

Проаналізовано, що на сьогоднішній день в умовах війни та неперервного дистанційного навчання головним фактором вважається необхідність збільшення академічного часу для практичного закріплення знань, тобто приділити більше часу для індивідуальної роботи з кожним здобувачем освіти з метою актуалізації уваги на складних проблемних питаннях, де ми можемо активно використати евристичні прийоми, особливо при розв'язанні геометричних задач. Отже, для вирішення таких проблем ми запропонували провести ряд уроків з геометрії у формі перевернутого навчання, де задіяли і евристичні прийоми. Тобто кожен здобувач освіти мав змогу самостійно ознайомитися з теоретичною частиною матеріалу і вже на уроках за допомогою евристичних прийомів відбувалася актуалізація та закріплення знань.

За результатами експериментальної перевірки на уроках геометрії за темою «Взаємне розміщення прямих у просторі» підтверджується ефективність використання евристики у розв'язуванні задач в умовах перевернутого навчання. Але, для того щоб оцінити ефективність евристичних прийомів в умовах перевернутого навчання, відповідний метод потрібно застосовувати постійно на практиці.

ВИСНОВКИ

На сьогоднішній день в умовах війни та дистанційного навчання перспективною метою в сучасній освіті України залишаються належні умови для розвитку інтелектуальних та творчих здібностей здобувачів освіти (учнів).

Важливою, векторною ланкою є вміння викладача (вчителя) застосовувати сучасні різноманітні форми навчання, для того, щоб відійти від традиційних прийомів та дати змогу учню використовувати увесь свій творчий потенціал для того, щоб здобувач освіти вміло використовував свої знання на практиці. Тому, таким пріоритетним навчанням є застосування евристичних прийомів, де увесь навчальний процес супроводжується цікавими та різноманітними методами навчання.

Наголосимо на тому, що під евристичним навчанням розуміється використання нових, нестандартних правил та законів, де здобувач освіти (учень) має змогу викласти свою думку, судження, або припущення. З такими версіями, де часто вони є не правильними, викладач працює як з особливими, направляючи школярів на вірне судження, де через проблемне, помилкове рішення здобувач освіти переосмислює, добудовує або драматизує свій первинний результат.

Пріоритетом евристичного навчання є усвідомлення здобувачем освіти власної значущості, учень активно включається у навчальний процес, як повноправний учасник і навіть стає на одну щабліну з викладачем, що буває дуже рідким явищем за традиційною формою навчання. Межі застосування евристики визначаються викладачем, батьками або освітньою організацією, котрі вибирають орієнтацію на розвиток обдарованості здобувачів освіти і продуктивний тип освіти. Самі учні, як правило, із задоволенням сприймають можливість творчого самовираження, досягаючи та перекриваючи при цьому загальноприйняті освітні нормативи.

Зазначимо, що одним із основоположником впровадження евристичного навчання є Джордж Пойа. Вчений у своїх дослідженнях використав поняття

«правдоподібного міркування», тобто використання набору евристик з метою донести, що рішення будь – якої математичної задачі не повинно зосереджуватися на одному моменті, де результатом є довгі безплідні роздуми. Але, разом з тим потрібно розробити певні методи, які б сприяли творчому, логічному мисленню та могли б зацікавити учня у розв’язанні математичної задачі.

Також, проблемі реалізації творчого підходу до вивчення математики приділяли багато уваги і сучасні вчені та методисти, де результатом було підтвердження ідей Джорджа Пойа, щодо запровадження нових прийомів, які б розвивали творчу діяльність на уроках математики.

У нашому дослідженні ми охарактеризували та з’ясували певні питання щодо формування евристичної діяльності здобувачів освіти у процесі вивчення геометрії у профільній школі, а саме в 9 – 10 класах. Обираючи математичний профіль, здобувачі освіти в змозі отримати стійкий інтерес до математики, схильність до вибору майбутньої професії пов’язаної з нею, адже на сьогодні професійна діяльність сучасної освіченої людини має багатофункціональну систему. Тому, важлива умова кожного викладача (вчителя) навчити здобувачів освіти (учнів) розв’язувати різні моделі та ситуації нестандартними методами, які б вони могли б використати на практиці. Отже, використання евристичних прийомів у профільній школі є важливою і безпосередньою умовою.

Розглядаючи евристичні вміння та прийоми на уроках геометрії ми дійшли висновку, що важливим місцем серед евристики є аналіз та синтез. Адже, саме з таких евристичних прийомів починається процес вивчення таких явищ, як факти та об’єкти. Тому здобувач освіти має отримати знання не тільки ті, що знаходяться на «поверхні», але й обов’язково аналізувати й приховані особливості певного завдання, які можуть бути виявлені шляхом аналізу та синтезу.

Розглядаючи певний прийом ми зосередили свою увагу на використанні аналізу та синтезу при розв’язанні задач з геометрії у

профільній школі. Адже використання такого прийому стимулює в учнів бажання та кращий і цікавий пошук розв'язання, не ускладнюючи проблематику задачі.

Під час педагогічного експерименту у Вищому професійному училищі №94, щодо ефективного використання аналізу та синтезу при розв'язанні геометричних задач нами були враховані моменти щодо сьогоденних умов та безперервного дистанційного навчання, тому часу для закріплення знань практично не має. До того ж враховуючи те, що здобувачі освіти іноді мають певну пасивність на уроках нами була використана модель «перевернутого навчання», де учень в змозі самостійно опрацювати теоретичний матеріал, який був підготовлений заздалегідь. Під час уроків ми зосередили нашу увагу на актуалізації набутих знань під час самостійного опрацювання матеріалу та складних, проблемних питаннях. За результатом такої форми навчання (перевернуте навчання) з використанням евристичних прийомів (аналіз та синтез) нами було підтверджено ефективність використання евристики у розв'язуванні задач. Але щоб оцінити ефективність евристичного навчання, відповідний метод з використанням евристики та відповідну модель уроку потрібно застосовувати постійно на практиці.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Акуленко І. А. Методика навчання математики в профільній школі. Моніторинг навчальних досягнень учнів: методичний посібник для організації моніторингу навчальних досягнень учнів. Ч.: видавець Чабаненко Ю. А. 2012. - 84 с.
2. Акуленко І. А. Компетентнісно орієнтована методична підготовка майбутнього вчителя математики профільної школи (теоретичний аспект): монографія. Ч.: видавець Чабаненко Ю. А, 2013. - 460 с.
3. Бевз Г. П. Методика викладання математики: підруч. для навч. зак. – К. : Вища школа, 1989. – 369 с.
4. Бевз Г.П. Геометрія. Профільний рівень: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. К.: Видавничий дім «Освіта» 2018. - 272 с.
5. Бобилев Д.Є. Місце евристичних умінь в структурно-логічній схемі пропедевтичного курсу функціонального аналізу: проблеми і дослідження. К.: Видавничий дім «Освіта» 2013. – С. 73-79.
6. Борисова В.К. Аналіз і синтез пошуку розв'язання геометричних задач. Математика в школі. - 2006. – С. 2.
7. Бульвінська О. І. Сучасні методи навчання і викладання на основі дослідження: зарубіжний досвід. К.: університет ім. Бориса Грінченка. К.: 2019. - С. 83 - 103.
8. Бурда М.О. Структура і зміст профільного навчання математики: підручник заг.освіт.закл. К.: 2007. – С. 3-6.
9. Буряк В.К. Формування у школярів потреби в самоосвіті. К.: Рідна школа, 2000. – С.55-57.
- 10.Воевода А. Л. Формування фахової компетентності майбутніх учителів математики засобами розвитку пізнавальної активності : дис. канд. пед. Наук. В.: 2009. 241с.
- 11.Возносименко Д. А. Підготовка майбутніх учителів математики до використання технології «перевернутого навчання» на уроках

- математики здоров'язберігаючого змісту: Матеріали V Всеукраїнської науково-практичної конференції. П.: Астроя, 2019. – С. 68-69.
12. Власенко К.В. Актуалізація евристичних ситуацій на уроках геометрії (основна школа). Д.: Фірма ТЕАН, 2003, 192 с.
 13. Власенко К.В. Навчання стереометрії засобами актуалізації евристичних ситуацій. Д.: Вид-во НОРД-ПРЕСС, 2004. –124с.
 14. Інтерактивні технології на уроках математики / Упоряди. І.С.Маркова. Х.: Вид. група «Основа», 2007. 128с.
 15. Державний стандарт базової і повної загальної середньої освіти [Електронний ресурс] – Режим доступа: http://osvita.ua/legislation/Ser_osv/28030/.
 16. Заесенок В. П. Евристичні прийоми вирішення логічних завдань. Математика в школі. К.: 2005, - С. 3.
 17. Ковтонюк М.М., Озиранська Л.С. Активізація навчальної діяльності учнів за допомогою математичної евристики: зб.наук.статей. В.: Вінницький державний педагогічний університет імені Михайла Коцюбинського, 2019 р. С. 1 – 6
 18. Козаченко О.В. Розвиток творчої особистості в умовах профільного навчання. Математика. Л.: 2012. – С. 3-7
 19. Колеснікова В.І. Нестандартні задачі – шлях до розвитку творчого мислення учнів. Математика в школі. Л.: – 2008. – С. 8-9.
 20. Кузьмінська О. Г. Перевернуте навчання: практичний аспект. Інформаційні технології в освіті. К.: 2016. С. 86-98.
 21. Кушнірук С.І. Реалізація профільного навчання у контексті сучасного реформування шкільної математичної освіти: зб.наук.ст. К.: 2021. – С. 1 – 13
 22. Кушнірук А. С. Застосування технології «Перевернутого навчання» в підготовці майбутніх учителів математики. Педагогіка формування творчої особистості у вищій і загальноосвітній школах : зб. наук. праць. З.: КПУ, 2019. - С. 139–143.

23. Ляхова Т. П. Розробка методичних матеріалів з теми «Паралельність прямих і площин». <https://naurok.com.ua>
24. Максимова Т.С. Психолого-педагогічні передумови формування евристичних умінь майбутніх спеціалістів / За загальною редакцією проф. В.І. Сипченка. С.: Видавничий центр СДП, 2004. - С.138-145.
25. Мойсеєнко Л.А. Творче математичне мислення : психологічна сутність. Л.: 2007. – С. 20-30
26. Мойсеєнко Л.А. Психологія розуміння творчих математичних задач на різних етапах їхнього розв’язування. Л.: Освіта Донбасу, 2002. – С. 117-124
27. Навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів 10 – 11 класів. Математика. Рівень стандарту. Академічний рівень. Профільний рівень. К.: Міністерство освіти і науки України, 2018. – 103 с.
28. Науково-методичний журнал. – Випуск № 3(31). – Харків: Джерело педагогічних інновацій. Дистанційне оцінювання. Харківська академія неперервної освіти, 2020. – 160 с.
29. Недялкова К. В. Загальна методика навчання математики : практичний курс. О.: ТОВ «Рекламсервіс», 2014. - 256 с.
30. Пойа Д. Як вирішити задачу. Л.: «Квантор», 1991, - С.54
31. Постанова Кабінету Міністрів України від 21.10.2013 № 1456 про «Про затвердження Концепції профільного навчання у старшій школі» [Електронний ресурс]. Режим доступу http://osvita.ua/legislation/Ser_osv/37784/
32. Постанова Кабінету Міністрів України від 4.11.2013 № 1550 «Про затвердження плану заходів щодо реалізації Концепції профільного навчання у старшій школі
33. Прач В. С. Евристичне навчання математики : Подорож у світ евристики. Д.: Ноулідж, 2012. - 275 с.
34. Приходькіна Н. В. Використання технології «переверненого навчання» у професійній діяльності викладачів вищої школи: Науковий вісник

- Ужгородського національного університету. Серія «Педагогіка. Соціальна робота», 30. 2014. 141-144.
35. Профільне навчання в старшій школі: шляхи розвитку: Наук.-доп. бібліогр. покажч. / Укладено за Л.О. Пономаренко, Л.І. Ніколюк, Л.І. Самчук, І.М. Каневська. К.: 2004. – 163 с.
 36. Ротаньова Н. Ю. Евристичне навчання вищої математики як сучасна технологія навчання та виховання : матеріали міжнар. наук.-практ. заочної конф. М.: МДУ, 2015. – С. 92–93.
 37. Скафа О. І. Методичні вимоги щодо організації евристичного навчання математики. К.: Рідна школа, 2004. – С.32-35.
 38. Скафа О.І. Навчання доведенням та евристики: Математика в школі. К.: 2004. – С. 14-19
 39. Скафа О. І. Сучасні технології евристичного навчання математики: Математика. К.: 2006. С. 1-2.
 40. Скафа О.І. Концепція формування прийомів евристичної діяльності учнів в процесі навчання математики: Міжнародний збірник наукових робіт. Д.: Фірма ТЕАН, 2004. - С.69-75.
 41. Слєпкань З.І. Формування творчої особистості учня в процесі навчання математики. Р.: 2003. – С. 6-9.
 42. Тарасенкова Н. А. Організація навчання математики у старшій профільній школі : монографія. Ч.: Видавець ФОП Гордієнко, 2017. - 216 с.
 43. Тінькова Д. С. Інновації модифікаціями творчих методів навчання (гейміфікація, мейкерство, метод проєктів) з опорою на групові форми роботи учнів. К.: 2021. С. 1 - 10
 44. Чашечникова О.С. Шляхи розвитку творчого мислення учнів в умовах профільного навчання математики: Математика в школі. Ч.: 2010. – С.33-38.
 45. Шпіц С. А., Філон Л. Г. Технологія «Перевернутого навчання»: переваги та недоліки: Збірник тез доповідей Всеукраїнської науково-

- практичної конференції. Чернігів: НУЧК імені Т. Г. Шевченка, 2022. С.150-151.
46. Яцкова Т.С. Про розвиток евристичного мислення у школярів. Математика в школі. К.: 2001. – С.53-54.
47. Фоміних М.М., Фоміних М.А. Евристичні завдання і розвиток особистості: матеріали III відкритих науково-методичних читань. – Х.: вересень 2005. - С.90-91
48. Фомкіна О.Г., Ванжа Н.В. Розвиток творчого потенціалу особистості учня в системі евристичного навчання математики: зб.наук.ст. П.:РВВ ПУСКУ, 2016 р. – С.1- 6
49. www.donnu.edu.ua/mf/evr/RAR/art27.rar/ концепція формування прийомів евристичної діяльності учнів в процесі навчання математики.
50. Ivanov. V, Dimitrov. L, Ivanova. S, O. Olefir "Heuristic Techniques as Part of Heuristic Methods and Interaction of Personality Types in their Application", Advances in Science, Technology and Engineering Systems Journal, vol. 6, no. 1, pp. 208–217 (2021).